ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЇ ФІЗИКИ НАН УКРАЇНИ

На правах рукопису

Дяченко Михайло Михайлович

УДК 530.145:539.12

РЕЗОНАНСНІ ЕФЕКТИ ПРИ РОЗПОВСЮДЖЕННІ ФОТОНІВ В МАГНІТНОМУ ПОЛІ

01.04.02 – теоретична фізика

Дисертація на здобуття вченого ступеню
кандидата фізико-математичних наук

Науковий керівник
Холодов Роман Іванович
канд. фіз.-мат. наук,
старший науковий співробітник.

Суми – 2016

ЗМІСТ

ВСТУП

Актуальність теми

Вивчення фундаментальних задач квантової електродинаміки в сильних магнітних полях, зокрема процесів другого порядку по сталій тонкої структури, є досить актуальними. Це зумовлено тим, що перерізи даних процесів в магнітному полі можуть мати резонансну структуру. Поява резонансів пов'язана з можливістю виходу проміжної частинки на масову поверхню, іншими словами виконується загальне релятивістське співвідношення між енергією та імпульсом частинки, внаслідок чого переріз може істотно зростати. Тому теоретичне вивчення резонансних процесів у присутності сильного магнітного поля значення, якого наближається до критичного $H_c \approx 4.41 \cdot 10^{13}$ Гс, поза сумнівом, є актуальними. В мега-проекті FAIR (Facility for Antiproton and Ion Research) планується широкий спектр наукових досліджень, серед яких у рамках колаборації SPARC (Stored Particles Atomic Physics Research Collaboration) буде проведено дослідження, присвячені перевірці квантової електродинаміки в надсильних електромагнітних полях важких іонів при їх зіткненні. Велика маса та заряд ядер дозволяють розглядати їх поле як потік еквівалентних фотонів, що робить можливим дослідження різноманітних КЕД процесів в зовнішньому полі. Зокрема, малодослідженим є вплив магнітного поля рухомих іонів, яке може досягати критичного значення вже при енергії зіткнення поблизу кулонівського бар'єру. Час життя цього поля може значно збільшуватися внаслідок його взаємодії з утвореними парами. Потреба в детальних теоретичних розрахунках при плануванні та аналізі експериментів робить дослідження КЕД процесів в зовнішньому магнітному полі актуальними. Слід зазначити, що магнітне поле, яке створюється швидкими іонами в

області між ними, може досягати та перевищувати критичне швінгерівське значення. Також слід відмітити, що ареною для протікання квантово-електродинамічних процесів у сильному магнітному полі є магнітосфера нейтронних зірок.

Методи квантової теорії поля (КТП), а саме діаграмна техніка Фейнмана, оптична теорема можуть використовуватися також у задачі проходження важкої зарядженої частинки крізь замагнічений електронний газ в електронному охолоджувачі (метод електронного охолодження). Зокрема, втрати енергії зарядженої частинки в першому борнівському наближенні визначаються уявною частиною поляризаційного оператора. Слід зазначити, що не дивлячись на широке застосування методу електронного охолодження у прискорювальній техніці, сьогодні існує теоретична проблема відмінності втрат енергії різнойменно заряджених частинок, оскільки аналітичні вирази для гальмівної здатності електронного газу залежать лише від квадрату заряду зовнішньої частинки. Вперше цей ефект був досліджений експериментально на установці МОСОЛ в Новосибірську. Також ця проблема буде актуальною для експериментів, які плануються на накопичувачі антипротонів HESR (High Energy Storage Ring), де планується вивчення проблеми протон-антипротонних взаємодій. Електронний охолоджувач є важливим елементом цього кільця, який буде забезпечувати отримання якісних пучків антипротонів з розкидом за імпульсами 10^{-5}, і проблема охолодження антипротонів для цього проекту є надзвичайно актуальною.

Зв’язок роботи з науковими програмами, планами, темами

Дисертаційна робота виконана в лабораторії №41 “Квантової електродинаміки в сильних магнітних полях” відділу №40 “Квантової електродинаміки сильних полів” Інституту прикладної фізики НАН України і є частиною досліджень, які проводилися за темою “Квантово-

електродинамічні і колективні процеси в надсильних полях, зокрема при зіткненнях важких іонів та в задачі електронного охолодження” (державний реєстраційний №389-12, термін виконання 2012-2016 рр.).

Мета і завдання дослідження

Метою роботи є побудова теорії резонансного протікання процесів поширення фотона довільної поляризації з народженням і подальшою анігіляцією електрон-позитронної пари в один фотон в сильному магнітному полі та двофотонного народження пари на збуджені рівні Ландау, а також дослідження взаємодії антипротона з електронним газом з урахуванням другого борнівського наближення.

Для досягнення поставленої мети в дисертації вирішуються наступні завдання:

– визначається зміна поляризації фотона при резонансному і нерезонансному поширенні в сильному магнітному полі;
– досліджується вплив поляризації частинок на резонансний переріз процесу народження пари двома фотонами в сильному магнітному полі;
– вивчається вплив резонансного процесу двофотонного народження електрон-позитронної пари на генерацію електрон-позитронної плазми в магнітосфері нейтронних зірок;
– встановлюється залежність втрат енергії зарядженої частинки в електронному газі від знаку заряду з урахуванням другого борнівського наближення.

Об'єктом дослідження є процеси поширення фотонів в сильному магнітному полі та процес руху антипротона крізь електронний газ.

Предметом дослідження є вивчення впливу резонансних ефектів на процеси поширення поляризованого фотона і народження електрон-позитронної пари двома фотонами в сильному магнітному полі, а також вплив знаку заряду на втрати енергії зарядженої частинки в електронному газі.

Методи дослідження

При виконанні роботи використовується математичний апарат квантової електродинаміки. Процеси розглядаються в рамках картини Фарі: зовнішнє магнітне поле враховується точно і розглядається як класичне, взаємодія частинок враховується за теорією збурень.

Наукова новизна отриманих результатів:

– вперше знайдено резонансну ймовірність процесу розповсюдження поляризованого фотона з послідовним народженням та анігіляцією електрон-позитронної пари в один фотон та показано, що кінцевий фотон майже завжди аномально лінійно поляризований за винятком випадку, коли початковий фотон нормально лінійно поляризований;
– вперше знайдено резонансні частоти фотонів в процесі народження електрон-позитронної пари двома фотонами в сильному магнітному полі та показано, що в резонансі енергія одного з фотонів перевищує поріг однофотонного процесу народження пари, а частота іншого кратна циклотронній;
– вперше одержано аналітичні вирази для резонансного перерізу процесу двофотонного народження електрон-позитронної пари з довільними поляризаціями частинок в ультраквантовому наближенні та знайдено, що переріз максимальний для додатних проекцій

магнітних моментів електрона та позитрона та аномальної лінійної поляризації жорсткого фотону;

– проведено порівняння 1γ та резонансного 2γ процесів народження електрон-позитронної пари для характерних параметрів магнітосфери нейтронних зірок та знайдено, що останній домінує у полі $H = 10^{12}$ Гс при концентрації циклотронних фотонів більше 10^{24} $см^{-3}$ (характерне значення 10^{25} $см^{-3}$);
– отримано залежність втрат енергії зарядженої частинки в електронному газі від знаку заряду та показано, що поправка до ймовірності у другому борнівському наближенні пропорційна малому параметру $\alpha = qe/\hbar V$.

Практичне значення отриманих результатів

Здобуті в дисертації аналітичні вирази для ймовірностей процесів розповсюдження фотона з послідовним народженням та анігіляцією електрон-позитронної пари, двофотонного народження пари в сильному магнітному поля та для втрат енергії зарядженої частинки в електронному газі є простими для розуміння й аналізу, а розвинута в роботі теорія в цілому може бути застосована для опису широкого кола задач, зокрема для вирішення проблеми відмінності втрат енергії різнойменно заряджених частинок при русі крізь замагнічений електронний газ.

Результати дисертаційної роботи можуть бути використані в ІПФ НАН України, ІТФ НАН України, ННЦ “ХФТІ” НАН України, Київському національному університеті ім. Тараса Шевченка, Харківському національному університеті ім. В.Н. Каразіна, SPARC (Stored Particles Atomic Physics Research Collaboration), FAIR (Facility for Antiproton and Ion Research), HESR (High Energy Storage Ring) та інших наукових центрах.

Особистий внесок здобувача

Основні результати дисертаційної роботи отримані здобувачем самостійно або при його безпосередній участі.

У роботі [1] розраховано загальну амплітуду та знайдена ймовірність процесу розповсюдження фотона в наближенні низьких рівнів Ландау (резонансний та нерезонансний випадки). Проведено порівняння цих виразів, а також знайдена поляризація кінцевого фотона в сильному магнітному полі. У роботі [2] проведено порівняння конкуруючих процесів однофотонного народження пари та резонансного двофотонного народження e^-e^+ пари в магнітосфері пульсара. У роботі [3] досліджено резонансна кінематика процесу народження пари двома фотонами в магнітному полі та знайдено аналітичні вирази перерізу процесу для довільно поляризованих частинок. У роботі [4] знайдено загальну амплітуду 2γ процесу народження електрон-позитронної пари та показано, що даний процес факторизується. В [5] методами квантової теорії поля знайдено електричну сприйнятливість замагніченого електронного газу з врахуванням анізотропії температури.

З науковим керівником обговорювалися задачі в плані постановки, методів розв’язку, способів обчислення конкретних величин і аналізу отриманих результатів.

Апробація результатів дисертації

Матеріали дисертаційної роботи доповідалися і обговорювалися на наукових семінарах в Інституті прикладної фізики НАН України, на 4 міжнародних та вітчизняних науково-технічних конференціях: Trans-European School of High Energy Physics, Petnica, Serbia; 12-th International Conference on Laser and Fiber-Optical Network Modeling, Sudak, Crimea, Ukraine; 11-th Topical Workshop of the Stored Particles Atomic Physics

Research Collaboration, Worms, Germany; Сучасні проблеми експериментальної та теоретичної фізики, Суми, Україна.

Публікації

Основні результати дисертації опубліковані в 12 наукових роботах, з яких 5 статей опубліковано в спеціалізованих наукових журналах, що входять до переліку ДАК МОН України, і 7 у вигляді тез доповідей у збірниках наукових праць конференцій.

Структура дисертації

У вступі обґрунтовується актуальність вибраної теми, формулюється мета і визначаються основні завдання дослідження, відображається новизна отриманих результатів, їх наукове, практичне значення та апробація, визначається особистий внесок здобувача.

У першому розділі здійснено аналіз сучасного стану досліджуваних проблем. Проведено огляд літератури, який присвячений вивченню елементарних квантових процесів першого та другого порядків по сталій тонкої структури в присутності зовнішнього магнітного поля і взаємодії зарядженої частинки з електронним газом.

Детально проаналізовані роботи, присвячені вивченню процесів народження електрон-позитронної пари одним та двома фотонами в сильному магнітному полі, а також процесу взаємодії зарядженої частинки з замагніченим електронним газом методами квантової теорії поля.

У другому розділі теоретично вивчається процес народження електрон-позитронної пари фотоном та послідовної анігіляції в один фотон у присутності зовнішнього магнітного поля.

У параграфі 2.1 розраховано загальну амплітуду розповсюдження поляризованого фотона в магнітному полі та проведено її регуляризацію.

У параграфі 2.2 розглянуто резонансний випадок, коли віртуальні частинки виходять на масову поверхню. Процес другого порядку за постійною тонкої структури розпадається на два процеси першого порядку: народження та анігіляцію електрон-позитронної пари.

У параграфі 2.3 знайдено ймовірність нерезонансного процесу.

У параграфі 2.4 визначено поляризацію кінцевого фотона та виявлено, що він завжди аномально лінійно поляризований за винятком випадку, коли параметр Стокса початкового фотона $\xi_3 = -1$. Також слід зазначити, що степінь поляризації у цьому випадку наближено рівна одиниці, тому кінцевий фотон повністю поляризований. У випадку ($\xi_3 = -1$) кінцевий фотон нормально лінійно поляризований ($\xi_3' = -1$). Виходячи з цього вакуум в магнітному полі перестає бути активним середовищем у випадках, коли $\xi_3 = \pm 1$, тобто фотон розповсюджується без зміни своєї поляризації.

У третьому розділі проведено дослідження резонансного процесу народження пари двома фотонами на збудженні рівні Ландау для довільно поляризованих частинок.

У параграфі 3.1 знайдено загальну амплітуду процесу народження електрон-позитронної пари двома фотонами в магнітному полі.

У параграфі 3.2 проведено дослідження кінематики та знайдені резонансні умови процесу. Показано, що процес народження електрон-позитронної пари неможливий, коли обидва фотони рухаються в одному напрямку вздовж магнітного поля. Визначено, що перебіг процесу набуває резонансного характеру, коли віртуальний електрон займає деякий рівень Ландау, а його енергія та імпульс задовольняють звичайному релятивістському співвідношенню в магнітному полі. При цьому в одному з доданків суми в функції Гріна з’являється полюс, і внеском інших доданків можна знехтувати. В резонансі один з фотонів утворює пару і

повинен мати енергію, що перевищує поріг однофотонного народження. Інший фотон поглинається електроном, і його частота повинна дорівнювати енергії переходу між рівнями Ландау.

У параграфі 3.3 знайдено повний резонансний переріз процесу двофотонного народження електрон-позитронної пари в сильному магнітоному полі з урахуванням спінів та поляризацій частинок. Показано, що переріз є найбільшим за порядком величини для народження пари з проекціями спінів $s_{ez} = -1/2$, $s_{pz} = +1/2$. Даний спіновий стан відповідає мінімальній енергії магнітних моментів частинок в магнітному полі. Зміна проекції спіну кожної частинки відповідно зменшує переріз на один порядок за малим параметром h.

У параграфі 3.4 проведено порівняння 1γ та резонансного 2γ процесів у присутності магнітного поля значення, якого характерні для магнітосфери пульсарів. Знайдено критична концентрація циклотронних фотонів, при якій другий процес стає порівняним з першим.

У четвертому розділі проведено дослідження взаємодії зарядженої частинки з електронним газом методами квантової теорії поля.

У параграфі 4.1 розглянуто перше борнівське наближення в задачі проходження зарядженої частинки крізь електронний газ. Показано, що вираз для втрат енергії не містить феноменологічних параметрів як у випадку теорії парних зіткнень та в методі фізики плазми (діелектрична модель). Також слід підкреслити, що в даному наближенні втрати енергії не залежать від знаку заряду зовнішньої частинки.

У параграфі 4.2 досліджено поляризаційний оператор та знайдено електричну сприйнятливість замагніченого електронного газу з врахуванням анізотропії температури методами квантової теорії поля. Показано, що отримані вирази добре узгоджуються в граничних випадках

(без магнітного поля, ізотропний розподіл та інші) з відомими формулами фізики плазми.

У параграфі 4.3 розглянуто наближення великих переданих імпульсів в рамках першого борнівського наближення. Показано, що в даному випадку виконується оптична теорема.

У параграфі 4.4 розглянуто проходження антипротона крізь електронний газ з урахуванням другого борнівського наближення. Розглянуто в наближенні великих переданих імпульсів (усереднення проводиться по системі невзаємодіючих електронів) поправку до ймовірності процесу, яка враховує залежність від знаку заряду зовнішньої зарядженої частинки.

РОЗДІЛ 1

КВАНТОВО-ЕЛЕКТРОДИНАМІЧНІ ПРОЦЕСИ В СИЛЬНОМУ МАГНІТНОМУ ПОЛІ ТА ВТРАТИ ЕНЕРГІЇ ЗАРЯДЖЕНОЇ ЧАСТИНКИ В ЕЛЕКТРОННОМУ ГАЗІ

1.1. Квантово-електродинамічні процеси першого порядку в сильному магнітному полі

Квантово-електродинамічні процеси першого та другого порядку за постійною тонкої структури у сильному зовнішньому електромагнітному полі, не зважаючи на досить велику кількість літератури, і досі не втрачають актуальності як для експериментального, так і для теоретичного вивчення.

Теорія квантово-електродинамічних процесів першого порядку, таких як анігіляція електрон-позитронної пари в один фотон, народження e^-e^+ пари фотоном, синхротронне випромінювання та поглинання була створена в роботах [6-45].

Роботи [6-10] були присвячені вивченню анігіляції пари в один фотон у присутності магнітного поля. Вперше даний процес вивчався в роботі [6], в якій було визначено час життя електрон-позитронного пучка в магнітному полі. В роботі [7] було отримано диференційна ймовірність процесу для випадку, коли електрон та позитрон знаходяться в основному стані та чисельно знайдено повна ймовірність процесу у наближенні малих швидкостей пари. Робота [8] була присвячена дослідженню даного процесу, коли електрон та позитрон знаходяться у слабозбуджених станах. Також отримано асимптотичні вирази для ймовірності в наближенні великих квантових чисел. Показано, що ймовірність анігіляції електрон-позитронної пари, яка знаходиться у збудженому стані може перевищувати

на кілька порядків ймовірність анігіляції з основного стану, при магнітних полях менших $2 \cdot 10^{12}$ Гс. Даний ефект показує можливість даного процесу конкурувати з двофотонною анігіляцією в магнітних полях характерних для нейтронних зірок. В роботі [9] були враховані спіни електрона та позитрона і знайдено, що найбільше значення ймовірності процесу спостерігається, коли спін електрона направлений проти, а позитрона – вздовж магнітного поля. В роботі [10] отримано переріз процесу для довільно поляризованих частинок, при цьому пара знаходиться на довільних рівнях Ландау та має ненульові значення повздовжніх імпульсів відносно магнітного поля. Показано, що у випадку відсутності повздовжнього руху та взявши суму по поляризації фотона, результати добре узгоджуються з попередніми роботами [6-9].

В роботі [6] вперше був досліджений процес народження електрон-позитронної пари одним фотоном за наявності магнітного поля у наближенні ультрарелятивістського руху частинок. Операторний метод розгляду цієї задачі був застосований Байєром та Катковим у квазікласичному ультрарелятивістському випадку [11, 12]. В останні роки з’явилися робота [13], де операторним методом було вивчено процес фотонародження пари, яка знаходиться на низьких рівнях Ландау. В роботі [14] розглянуто процес фотонародження поляризованих частинок для довільних рівнів Ландау та значень магнітного поля. У роботах [15, 16] знайдено вирази для ймовірності процесу у загальному квантово-релятивістському вигляді без додаткових обмежень на параметри (імпульси, енергії, величину поля). Були знайдені прості аналітичні вирази для ймовірності з явною залежністю від параметрів Стокса фотона. В роботі авторами були застосовані ультраквантове (наближення низьких рівнів Ландау) та ультрарелятивістське наближення. Показано чітку кореляцію між поляризацією фотона та імовірністю народження частинок із заданими проекціями спінів. Відповідні ймовірності залежать лише від

лінійної поляризації ξ_3 і за умови $\xi_3 \neq -1$ спостерігається повна поляризація спінів частинок. Якщо ж $\xi_3 \to -1$, то степінь поляризації спінів залежить лише від номерів рівнів Ландау і в частинному випадку $l_e = l_p$ рівна нулю.

В роботах [17-20] за допомогою масового та поляризаційного оператора були отримані загальні вирази для ймовірностей процесів народження електрон-позитронної пари фотоном та магнітогальмівного випромінювання. Слід підкреслити, що в даних роботах використовувалося ультрарелятивістське наближення в слабких магнітних полях. В такому випадку заряджені частинки знаходяться в сильнозбуджених станах і рух частинок є квазікласичний. В роботах [21-24] в ультрарелятивістському наближенні було досліджено процес направленої орієнтації електронного спіну відносно магнітного поля внаслідок синхротронного випромінювання (самополяризація). Показано, що основна частина електронів мають спін, орієнтований проти магнітного поля. В роботах [25-30] проводилися дослідження процесів з електронами в слабозбуджених станах (тобто з невеликими значеннями номерів рівнів Ландау). Таке наближення має місце при наявності магнітного поля значення, якого порівняні з величиною критичного магнітного поля Швінгера $H_c \approx 4.41 \cdot 10^{13}$ Гс. Зокрема, в роботі [26] в рамках даного наближення було показано стабільність спіну електрона при переході з першого збудженого стану Ландау на основний. В роботі [31] загострено увагу на визначенні правильних поляризаційних станів початкового електрона на збудженому рівні Ландау, оскільки взаємодія з фотонним полем знімає подвійне виродження енергетичних рівнів. Утворені стани розпадаються незалежно, і для кожного з них були обчислені імовірності переходу електрона на нижчі рівні Ландау. Для найнижчих рівнів Ландау були чисельно розраховані повні ймовірності переходу в полях з

напруженістю, що досягає критичного значення. Робота [31] присвячена обчисленню радіаційної ширини ліній для рівнів Ландау в сильних магнітних полях. Взаємодія електрона з фізичним вакуумом знімає виродження енергетичних рівнів, причому таке розщеплення може перевищувати радіаційну ширину ліній в полях $B \lesssim B_c$. В роботі [33] чисельно розраховані синхротронні спектри для електронів у сильному магнітному полі, що займають енергетичні рівні з номером до $l = 500$. Було досліджено залежність імовірностей переходів від значень проекцій спінів початкового та кінцевого електронів. Показано, що в переходах із сильнозбудженого рівня на близький проекція спіну електрона переважно зберігається, тоді як при переході на низькі рівні є імовірною переорієнтація спіну проти напрямку поля. В роботі [34] розглянуті квантові переходи позитроній – фотон та фотон – позитроній. В роботі [35] вивчено поведінку електрона на основному рівні в сильних та надкритичних ($B > B_c$) полях. У роботі [16] було проведено дослідження спін-поляризаційних властивостей в процесі магнітогальмівного випромінювання в ультраквантовому та ультрарелятивістському наближеннях. Показано, що має місце чітка кореляція спінових та поляризаційних ефектів, а саме переорієнтація спіну зі стану вздовж магнітного поля у стан проти поля змінює лінійну поляризацію випромінювання на протилежну. Також зроблено висновок, що має місце ефект відсутності випромінювання вздовж напрямку руху в ультрарелятивістському наближенні. В даній роботі зазначається, що в процесі з переворотом спіну в площині орбіти електрона відсутня нормальна мода, а в процесах без перевороту – випромінювання аномальної моди. Слід зазначити, що процеси першого порядку по постійній тонкої структури також розглядалися у конфігурації зовнішнього поля Редмонда [36-45], коли вздовж магнітного поля поширюється плоска монохроматична електромагнітна хвиля.

1.2. Процеси другого порядку

Процеси другого порядку за постійною тонкої структури досліджувалися в роботах [46-102].

Вперше процес двофотонної анігіляції в сильному магнітному полі був розглянутий в роботі [46]. Автором було отримано перерізи для процесів одно та двофотонної анігіляції. Показано, що при збільшенні магнітного поля, переріз процесу двофотонної анігіляції зменшується в порівнянні з випадком без магнітного поля, та випромінювання перпендикулярно до магнітного поля стає більш сприятливим. У роботі також робиться висновок, що процес однофотонної анігіляції стає домінуючим, коли магнітне поле перевищує значення $H = 0.24 \cdot H_c$. У роботі [7] були отримані загальні релятивістські вирази для диференційної ймовірності, як для одно так і для двофотонної анігіляції електрон-позитронної пари, яка займає основний рівень Ландау. У наближенні малих швидкостей чисельно було знайдено перерізи процесів. Слід зазначити, що в роботах [46, 7] даний процес досліджувався чисельно та не було розглянуто поляризаційних властивостей. У роботі [47] на відміно від робіт [46, 7] були знайдені прості аналітичні вирази для спектра, кутового розподілу та поляризації випромінювання для граничного випадку, яким оперують у даних роботах. Було знайдено, що магнітне поле розширює спектр випромінювання та приводить до асиметрії, а також показано, що кутовий розподіл залежить від магнітного поля та енергії фотонів, при цьому максимум випромінювання спостерігається у напрямку перпендикулярному по відношенню до магнітного поля. Автори доводять, що випромінювання у цьому процесі лінійно поляризовано, при цьому степінь поляризації залежить від магнітного поля, кута випромінювання та енергії фотонів. У роботі [48] було розглянуто інший граничний випадок, коли електрон-позитронна пара має релятивістські швидкості. Показано,

що повний переріз процесу має максимум, коли імпульс електрона чи позитрона близький до m, де m – маса електрона. Продемонстровано, що процес двофотонної анігіляції може бути основним каналом в сильному магнітному полі у даному наближенні.

Процес народження електрон-позитронної пари двома фотонами в сильному магнітному полі був вперше вивчений в роботі [49] при лобовому зіткненні фотонів вздовж магнітного поля. В [50] процес досліджувався в нерезонансному випадку, коли енергії кожного з фотонів недостатньо для народження пари в однофотонному процесі. В [51] обчислена довжина вільного пробігу фотона високої енергії, що поширюється крізь фотонний газ уздовж силових ліній магнітного поля. В [52] проведено порівняльний аналіз процесів одно та двофотонного народження пари в магнітосфері нейтронної зірки. Автори доводять, що основним процесом в генерації електрон-позитронної плазми біля пульсара є перший процес. Однак слід відмітити, що в роботах [49-52] даний процес не був розглянутий для резонансного випадку, коли проміжна частинка виходить на масову поверхню, а також детально не дослідженні поляризаційні властивості, тому на сьогодні даний процес вивчений недостатньо.

Розсіяння фотона на електроні, який знаходиться на основному енергетичному рівні вивчалося в роботах [53–55]. В роботі [56] розглянуто комптонівське розсіяння в квазікласичному випадку. В [57] досліджено комптонівське розсіяння у випадку нерелятивістських електронів, а в [58] – релятивістських. Знайдено в [58] аналітичні вирази для перерізу процесу, коли електрони рухаються вздовж поля. Показано сильну залежність від поляризації розсіяного фотона. В роботі [59] значна увага приділена вивченню розбіжностей комптонівського процесу, а саме інфрачервоній розбіжності. Отримано, що розбіжності зникають, якщо врахувати всі процеси, що не відрізняються від комптонівського розсіяння в граничному

випадку малих частот фотона. В роботі [60] вивчено резонансне комптонівське розсіяння, коли початковий фотон має енергію близьку до відстані між рівнями Ландау. Знайдено вирази для перерізу процесу з врахуванням поляризації електрона та показано, що для магнітних полів $10^{12}\,Гс$ резонансний переріз на шість порядків перевищує томсонівський.

Вперше процес народження пари фотоном з випромінюванням розглядався в роботі [61]. В [62] досліджено кінематику процесу і знайдено порогові значення енергій та імпульсів частинок. У даній роботі процес розглянутий в ультраквантовому наближенні (сильне магнітне поле та слабо збудженні стани електрона та позитрона). Показано, що резонансні умови реалізуються, якщо енергія кінцевого фотона дорівнює відстані між рівнями Ландау електрона. Авторами робиться висновок, що імовірність резонансного народження електрон-позитронної пари з фотонною емісією має вигляд перерізу Брейта-Вігнера та одного порядку з імовірністю народження пари фотоном. В [63] досліджено нерезонансний процес народження пари фотоном з випромінюванням. Знайдено нерезонансну ймовірність процесу у випадку сильного магнітного поля та показано, що вона на три порядки менша за ймовірність у резонансному випадку.

Ще одним з процесів другого порядку в магнітному полі є процес народження пари електроном. У роботі [6] наведені міркування стосовно ефективності даного процесу. Проведено оцінку енергії електрона, за якої максимум спектру синхротронного випромінювання співпадає з максимумом імовірності народження пари фотоном в магнітному полі. Автори роблять висновок, що даний процес стає помітним в достатньо сильних полях, коли випромінювання фотонів відхиляється від передбачень класичної теорії. Однак послідовного квантово-електродинамічного дослідження процесу не було проведено. Проміжний фотон у вказаному процесі може знаходитись як в реальному стані, так і у віртуальному. В роботі [64] проведено оцінку внеску процесів з

віртуальним фотоном в межах наближення Фермі-Вейцзеккера-Вільямса, та процесів з реальним фотоном як послідовності випромінювання та однофотонного народження пари. В роботі [65] процес утворення пари частинкою в постійному електромагнітному полі досліджено в квазікласичному наближенні в рамках операторного методу. Розглянуто випадки спінів 0 та 1/2 та проведено оцінку імовірності процесу в граничних випадках.

Вперше процес подвійного синхротронного випромінювання в квазікласичному випадку був розглянутий в роботах [66, 67]. В цих роботах розглядався нерезонансний випадок протікання процесу. В [68] розглянуто даний процес для випадку довільних магнітних полів. Отримано вирази для ймовірності процесу з врахуванням поляризацій частинок. В роботі [69] проведений аналіз резонансного подвійного синхротронного випромінювання у наближенні низьких рівнів Ландау. Отримано диференційна резонансна ймовірність та проведено порівняння з імовірністю процесу синхротронного випромінювання.

В роботах [70-75] процес розповсюдження фотона в магнітному полі розглядався за допомогою поляризаційного оператора, який дозволяє розрахувати коефіцієнт заломлення в поляризованому вакуумі. При цьому вакуум в зовнішньому електромагнітному полі являє собою для електромагнітних хвиль активне середовище і спостерігається ефект аналогічний подвійному променезаломленню світла. В сильному магнітному полі задача розглядалась в роботах [73-75]. В них значна увага зосереджена на вивченні поляризації вакууму в постійному електромагнітному полі та на сингулярній поведінці поляризаційного оператора, що зумовлено процесом народження електрон-позитронних пар фотоном, а також розглядався вплив даного процесу на розповсюдження та поглинання електромагнітних хвиль поблизу пульсарів. Слід зазначити також, що в роботах [70-73] відсутній детальний аналіз процесу в

резонансному випадку. В цих роботах розбіжність поляризаційного оператора пов'язують лише з фотонародженням електрон-позитронної пари. Але підкреслимо, що після народження реальної електрон-позитронної пари вона може анігілювати в кінцевий фотон, при цьому виконуються такі самі резонансні умови, як і в процесі фотонародження пари.

Як відомо [76-83], в процесах другого і вище порядків, що протікають у зовнішніх електромагнітних полях, існує резонансна кінематика. У цьому випадку спостерігається розбіжність перерізу чи ймовірності процесу. Така розбіжність виникає внаслідок виходу проміжної частинки на масову поверхню. Якщо проміжною частинкою є електрон, то виконується загально релятивістське співвідношення між енергією та імпульсом частинки і вона може знаходитися на деякому збудженому рівні Ландау. Ліквідовується резонансна розбіжність завдяки введенню радіаційної ширини процесу. Для цього використовують зазвичай правило Брейта-Вігнера, коли до енергії в знаменнику функції Гріна проміжної частинки додається від'ємна мала уявна добавка, яка зміщує полюс з дійсної осі. Відзначимо, що резонансним процесам другого порядку в лазерному полі присвячена серія робіт [79-83]. В даних роботах, завдяки наявності імпульсного лазерного поля, вдається усунути розбіжність без використання правила Брейта-Вігнера.

Зазначимо, що сильні магнітні поля, які порівнянні з критичним полем Швінгера $H_c = 4.4 \cdot 10^{13}$ Гс на даний час в лабораторних умовах є недосяжними. Так, в Національній лабораторії високих магнітних полів, США (National High Magnetic Field Laboratory) було отримане рекордне значення напруженості магнітного поля, яке становить 10^6 Гс [84]. Також в Російському федеральному ядерному центрі було отримано імпульсне магнітне поле близьке до значення $3 \cdot 10^7$ Гс [85]. Але поля близькі до

критичних значень можуть спостерігатися в експериментах по зіткненню важких ядер, в області між ними, заряд яких перевищує критичний ($Z = 137$ для точкових зарядів та $Z = 170$ з урахуванням розмірів заряджених ядер) [86-89]. Результуюча напруженість поля може перевищувати критичне квантово-електродинамічне значення, яке являється, згідно теоретичних уявлень, пороговим для збудження вакууму. При значеннях прицільного параметру порядку комптонівської довжини хвилі електрона, магнітні поля в області між ядрами можуть мати величину напруженості 10^{12} Гс [29].

Необхідно зазначити, що в експериментах EPOS та ORANGE, проведених в GSI, метою яких було створення надкритичного заряду при зіткненні важких іонів з енергією 6 МеВ/нуклон, були виявлені аномальні піки в каналі народження електрон-позитронних пар [90-92]. Природа піків не була з’ясована, а сама їх наявність не була підтверджена. Враховуючи подібність спектру аномальних піків з квазіеквідистантним спектром енергетичних рівнів електрона в магнітному полі, можна припустити, що подальше дослідження ролі магнітного поля в зіткненнях іонів поглибить розуміння даного явища. На даний час в мега-проекті FAIR планується широкий спектр досліджень, серед яких є перевірка КЕД в сильних електромагнітних полях. В рамках даного проекту можлива постановка експериментів для спостереження квантово-електродинамічних процесів у сильних магнітних полях, яке створюється важкими іонами при їх зіткненні.

Також ще одним джерелом сильних магнітних полів є нейтронні зірки, які протягом останнього часу є об’єктом інтенсивних теоретичних досліджень [93-97]. Напруженість магнітного поля нейтронних зірок визначається за допомогою гіроліній (спектральних ліній, які виникають за рахунок процесів випромінювання та поглинання фотонів у присутності магнітного поля). Вперше таку гіролінію було виявлено групою

І. Трюмпера [98] з Інституту позаатмосферної астрономії товариства ім. Макса Планка в спектрі рентгенівського пульсару Геркулес X-1. Слід відмітити, що такі гіролінії були теоретично передбачені Гнєдіним та Сюняєвим [99, 100].

Відомо, що процеси утворення електрон-позитронних пар відіграють ключову роль в механізмах генерації випромінювання пульсарів. Вважається, що в сильних магнітних полях основним процесом виступає однофотонне народження пар [101-106]. В роботах [104-106] було показано, що процеси першого порядку в магнітному полі є надзвичайно важливими в моделях ізольованих пульсарів. В таких моделях наявні механізми прискорення частинок до енергій 1-10 ТеВ, які здатні випромінювати жорсткі фотони з енергіями, що значно перевищують поріг процесу народження електрон-позитронної пари фотоном. Процес фотонародження, як вважається, є основним механізмом генерації e^+e^--пар в полях з напруженістю $H \sim H_c$. З іншого боку, в зовнішньому полі можливий резонансний перебіг двофотонного процесу народження пари, коли його переріз може збільшитися на декілька порядків за величиною. Отже, можливий новий канал генерації електрон-позитронної плазми в магнітосферах пульсарів. Також слід зазначити, що процеси квантової електродинаміки в надсильних магнітних полях суттєво відрізняються від випадку, коли магнітне поле відсутнє. Деякі процеси (однофотонне народження пари, анігіляція пари в один фотон) без магнітного поля не протікають, оскільки не виконуються закони збереження. Магнітне поле ж виконує роль третього тіла і вищезгадані процеси існують.

Слід відмітити два важливих наближення, які застосовуються для дослідження квантово-електродинамічних процесів в магнітному полі – це ультраквантове та ультрарелятивістське наближення. В ультраквантовому наближенні електрони займають найнижчі рівні енергії, які називаються рівнями Ландау. При енергіях електрона, порівнянних з відстанню між

рівнями Ландау, характер процесу буде істотно відрізнятися від класичної теорії. Дане наближення носить назву ультраквантового, або LLL (Lowest Landau Levels) наближення. Дослідження таких процесів зберігає актуальність у зв'язку з існуванням сильних магнітних полів поблизу нейтронних зірок. В ультрарелятивістському наближенні енергія електрона значно перевищує його енергію спокою.

1.3. Втрати енергії заряджених частинок в електронному газі

Методи квантової теорії поля можуть бути успішно застосованими, не тільки для дослідження квантово-електродинамічних процесів, а також і для вивчення взаємодії зарядженої частинки при проходженні крізь замагнічений електронний газ.

Взаємодія пучків заряджених частинок з речовиною є предметом активних наукових досліджень протягом цілого століття. Теоретичне дослідження даної задачі розпочалося з класичного опису втрат енергії швидкої зарядженої частинки у речовині в роботі [107]. Пізніше в роботі [108] в рамках квантово-механічного методу було знайдено втрати енергії частинки на зв'язаних електронах та уточнена в [109]. Подальше поліпшення теорії було досягнуто в роботі [110] та [111]. Сучасний стан теорії був, наприклад, розглянутий в монографіях [113, 114]. До наших днів величезну кількість публікацій присвячено конкретним питанням пов'язаним з втратами енергії для різноманітних налітаючих частинок та мішеней. Останні дослідження пов'язані з вивченням втрат енергії пучка заряджених частинок в термоядерній плазмі та в замагніченому електронному газі (метод електронного охолодження).

Зазначимо, що у сучасній фізиці високих енергій для проведення експериментів із зіткненням зустрічних пучків важких та легких заряджених частинок необхідна висока яскравість пучків, тобто зменшити

розкид імпульсів частинок (охолодити пучки). Найвідомішим методом охолодження заряджених частинок є метод електронне охолодження [115-119]. Він знаходить застосування у сучасних колайдерах заряджених частинок, що в свою чергу робить актуальними задачі з теорії проходження іонів через замагнічену електронну плазму.

Перша демонстрація електронного охолодження була проведена на установці спеціального накопичувача антипротонів НАП-М (Накопичувач антипротонів - модель). Основні параметри накопичувача НАП-М (таб.1.1) [117].

Таблиця 1.1.

Основні параметри НАП-М

Енергія прискорених частинок	до 100 МеВ
Енергія інжекції	1,5 МеВ
Число магнітів і проміжків	по 4
Радіус кривизни	3 м
Довжина прямолінійних проміжків	7,1 м
Прискорююча ВЧ напруга	10 В
Стабільність магнітного поля у процесі охолодження	$\pm 1 \cdot 10^{-5}$
Середній тиск залишкового газу	$5 \cdot 10^{-10}$ Тор

В одному з прямолінійних проміжків накопичувача розміщувалася установка з електронним охолодженням, схема і загальний вигляд якої зображений на рис. 1.1, а основні параметри наведені у таб. 1.2.

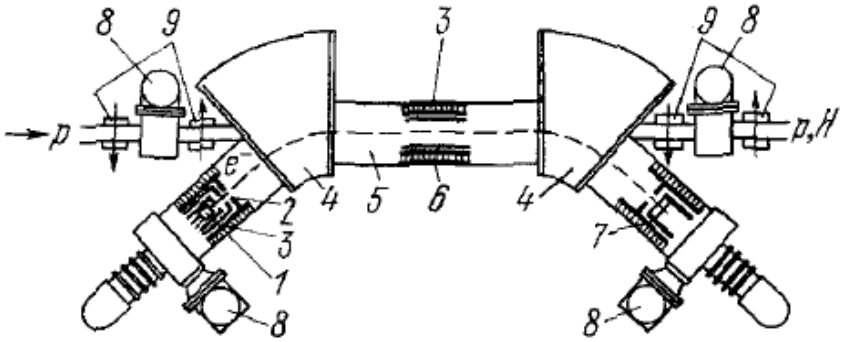

Рис. 1.1. Схема установки з електронним пучком [117] (1-електронна пушка, 2-аноди, 3-соленоїд, 4-ділянки повороту електронного пучка, 5-ділянка охолодження, 6-вакуумна камера, 7-коллектор, 8-вакуумні насоси, 9-коректуючі магніти).

Таблиця 1.2.

Основні параметри системи електронного охолодження

Довжина ділянки охолодження	1 м
Енергія електронів в експериментах	до 50 кеВ
Струм електронів	до 1 А
Відносна поперечна швидкість електронів	$\pm 3 \cdot 10^{-3}$
Стабільність енергії	$\pm 1 \cdot 10^{-5}$
Магнітне поле	1 кГс

Цікавим в плані взаємодії важкої зарядженої частинки із замагніченою плазмою є проект FAIR (Facility for Antiproton and Ion Research, Дармштадт), де буде використовуватись електронний охолоджувач для накопичення антипротонів. Завдяки поєднанню двох способів зменшення фазового об’єму пучка заряджених частинок, електронному та стохастичному охолодженню, в експерименті PANDA (Antiproton Anihilation at Darmstadt) на накопичувальному кільці HESR (High Energy Storage Ring) буде досягнуто значень розкиду за імпульсами

для антипротонів 10^{-5}. Накопичення антипротонів дуже складний процес. З одного боку, кількість антипротонів мала. З іншого боку, антипротони народжуються з первинного протонного пучка в широкому тілесному куті і з великим розкидом енергії. Саме тому процес охолодження для протонів у накопичувальних кільцях є бажаним, а для антипротонів життєво важливим [120]. До того ж протони (антипротони) охолоджуватимуться релятивістськими електронними пучками.

Не дивлячись на широке застосування методу електронного охолодження існує ряд теоретичних проблем, серед яких найбільш актуальною є проблема розходження втрат енергії позитивно та негативно заряджених частинок при русі крізь замагнічений електронний пучок, яку було експериментально виявлено на установці МОСОЛ в Новосибірську [117, 121] (рис. 1.2).

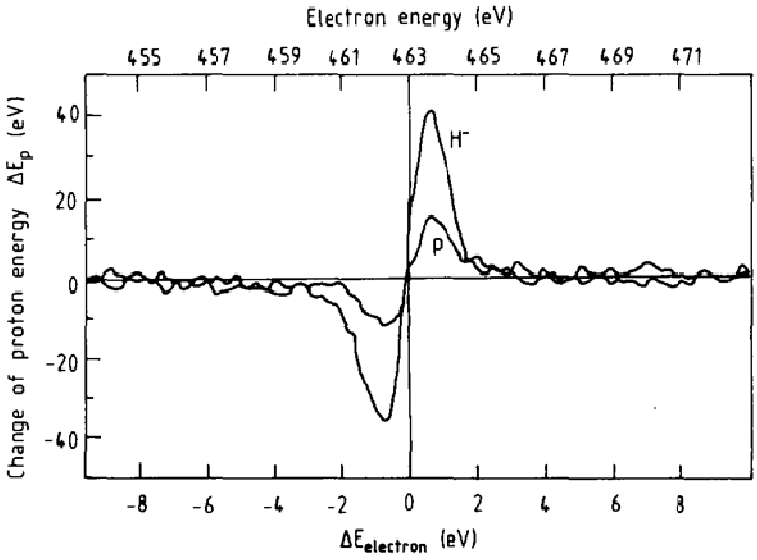

Рис. 1.2. Експериментальні результати установки МОСОЛ.

Всі існуючі теорії електронного охолодження дають вираз для втрат енергії, який є пропорційний квадрату заряду [122-125], тобто сучасні теорії не описують спостережуваного експерименту. До цього часу

електронне охолодження застосовувалося тільки для позитивно заряджених іонів та протонів. Але в мега-проекті FAIR, електронне охолодження буде використовуватися для пучків антипротонів [126, 127], і згадана проблема стає актуальною та потребує теоретичного дослідження.

Для теоретичного опису електронного охолодження довгий час використовувалися методи парних зіткнень [115-117] та кінетичного рівняння Власова (діелектрична модель) [120, 125], які успішно описували основні процеси, що виникають при охолодженні заряджених частинок. Але для вирішення сучасних теоретичних проблем, зокрема для застосування в проекті FAIR, їх недостатньо. Альтернативною теорією є методи квантової теорії поля, які враховують як далекі так і близькі зіткнення частинки з електронною плазмою. Квантово-польовий підхід в задачі електронного охолодження має значні переваги, оскільки не містить феноменологічних параметрів, зокрема феноменологічно введеного кулонівського логарифму.

Вперше в рамках квантово-польового підходу в роботі [128] було досліджено процес проходження зарядженої частинки крізь низькотемпературну плазму без магнітного поля. У цій роботі був отриманий вираз для загальних втрат енергії зарядженої частинки в першому борнівському наближенні, який враховуює як далекі так і близькі зіткнення з електронним газом. При цьому використовувалася двочастинкова корельована функція Гріна та діаграмна техніка Фейнмана для температурної функції Гріна. Також у роботі [129] даний процес був досліджений у присутності магнітного поля. В роботах [128, 129] було показано, що квантово-польовий підхід дає можливість цілісно описувати гальмівну здатність електронного газу, успішно вирішуючи при цьому наступні класичні проблеми: вибір максимального та мінімального прицільних параметрів, процедури зшивки та ін.

Квантово-польовий підхід (метод функції збурення) був розроблений у фізиці твердого тіла [130-132]. Зокрема в цих роботах була знайдена залежність гальмівної здатності електронного газу металу від знаку заряду налітаючої частинки. При цьому усереднення проводилося по основному стану електронного газу, тобно газ розглядався при нульовій температурі.

1.4. Висновки до розділу 1

Проведений огляд літератури показує, що незважаючи на велику кількість досліджень квантово-електродинамічних процесів в зовнішньому магнітному полі, дослідження процесів другого порядку за постійною тонкої структури в сильному магнітному полі, порівняному з критичним полем Швінгера залишаються актуальними. Зокрема, процес двофотонного народження електрон-позитронної пари в сильному магнітному полі не був раніше розглянутий для резонансного випадку, коли проміжна частинка виходить на масову поверхню, а також детально не проводилося дослідження поляризаційних властивостей даного процесу. Також резонансний процес народження пари двома фотонами може грати одну з ключових ролей при генерації електрон-позитронної плазми в магнітосферах нейтронних зірок, що раніше не було досліджено.

Також відзначимо, що у попередніх роботах не було розглянуто резонансний процес розповсюдження фотона з послідовним народженням та анігіляцією пари в сильному магнітному полі, коли енергія фотона дорівнює сумі енергій електрона та позитрона з відсутніми повздовжніми імпульсами.

Відмітимо, що огляд літератури показує наявність теоретичної проблеми відмінності втрат енергії різнойменно заряджених частинок при русі крізь замагнічений електронний пучок в методі електронного охолодження. Всі аналітичні вирази для втрат енергії залежать лиже від квадрату заряду зовнішньої частинки і на сьогодні не існує повної теорії, яка пояснювала б даний ефект.

В даній роботі розглядаються резонансні ефекти в процесах розповсюдження фотона та народження електрон-позитронної пари двома фотонами в сильному магнітному полі, а також втрати енергії зарядженої частинки при русі крізь електронний газ методами квантової теорії поля.

РОЗДІЛ 2

РОЗПОВСЮДЖЕННЯ ПОЛЯРИЗОВАНОГО ФОТОНА В СИЛЬНОМУ МАГНІТНОМУ ПОЛІ

У цьому розділі в рамках стандартного підходу теорії розсіяння досліджується процес розповсюдження фотона довільної поляризації у сильному магнітному полі. Розраховується амплітуда процесу в загальному вигляді. Знаходиться резонансна та нерезонансна ймовірності процесу в наближенні низьких рівнів Ландау. Показано значне перевищення резонансної ймовірності процесу над нерезонансною. Також проводиться аналіз поляризаційних властивостей процесу. Показано, що поляризація кінцевого фотона майже завжди не залежить від поляризації початкового, за винятком, коли початковий фотон нормально лінійно поляризований. Також у випадку, коли початковий фотон нормально та аномально лінійно поляризований, вакуум в магнітному полі перестає бути активним середовищем, тобто початковий фотон не змінює своєї поляризації.

2.1. Амплітуда процесу

Розглянемо досліджуваний процес в однорідному магнітному полі з калібровкою електромагнітного 4-потенціала $(0;0,xH,0)$. Діаграма Фейнмана цього процесу зображена на рис. 2.1. Хвилястим лініям відповідає хвильова функція фотона, внутрішнім подвійним лініям – функції Гріна проміжного електрона та позитрона в магнітному полі.

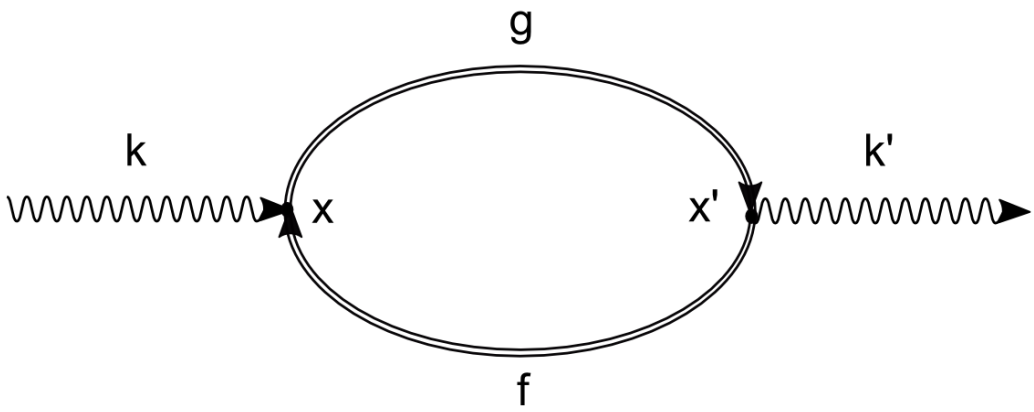

Рис. 2.1. Діаграма Фейнмана процесу розповсюдження фотона в магнітному полі з послідовним народженням та анігіляцією електрон-позитронної пари.

Для хвильової функції початкового фотона використаємо стандартний вираз (надалі будемо використовувати релятивістську систему одиниць, $\hbar = c = 1$) [133]:

$$A_\mu = \sqrt{\frac{2\pi}{\omega V}} e_\mu e^{-ikx}, \tag{2.1}$$

де V – об'єм нормування, $e_\mu = (0, \vec{e})$ – 4-вектор поляризації фотона:

$$\vec{e} = \begin{pmatrix} \cos\varphi\cos\theta\cos\alpha - e^{i\beta}\sin\varphi\sin\alpha \\ \sin\varphi\cos\theta\cos\alpha + e^{i\beta}\cos\varphi\sin\alpha \\ -\sin\theta\cos\alpha \end{pmatrix}. \tag{2.2}$$

Тут φ, θ – азимутальний та полярний кути, α, β – параметри поляризації.

Функція Гріна проміжного електрона в магнітному полі має вигляд [15]:

$$G(x-x')=-\frac{m\sqrt{h}}{(2\pi)^3}\int d^3g e^{-i\Phi}\sum_n \frac{G_H(x,x')}{g_0^2-E_n^2}, \tag{2.3}$$

$$\begin{aligned} G_H(x,x') &= (\gamma P+m)\left[\tau U_n(\rho)U_n(\rho')+\tau^* U_{n-1}(\rho)U_{n-1}(\rho')\right]+ \\ &+im\sqrt{2nh}\gamma^1\left[\tau U_{n-1}(\rho)U_n(\rho')-\tau^* U_n(\rho)U_{n-1}(\rho')\right], \end{aligned} \tag{2.4}$$

де h – магнітне поле в одиницях критичного поля Швінгера $H_c = m^2c^3/e\hbar \approx 4,41\cdot 10^{13}\,Гс$, γ – гама-матриці Дірака, U_n – функція Ерміта, $\rho(x)=m\sqrt{h}x+g_y/m\sqrt{h}$ – аргумент функції Ерміта, штрих біля аргументу позначає залежність від x',

$$\Phi = g_0(t-t')-g_y(y-y')-g_z(z-z'), \tag{2.5}$$

$$\tau=\frac{1}{2}\left(1+i\gamma^2\gamma^1\right), \tag{2.6}$$

$$P=(g_0,0,0,g_z). \tag{2.7}$$

Згідно правил квантової електродинаміки [133], амплітуда процесу проходження фотона в присутності магнітного поля визначається як

$$S_{fi}=e^2\int d^4x d^4x' Sp\left\{\left(A_2'^*\gamma\right)G(x'-x)\left(A_1\gamma\right)G(x-x')\right\}, \tag{2.8}$$

де штрихована хвильова функція кінцевого фотона залежить від x', а індексами 1, 2 позначено початковий та кінцевий фотони, відповідно.

Підставляючи вирази для функцій Гріна та хвильових функцій фотонів і проводячи послідовні математичні перетворення, загальну амплітуду процесу можна виразити

$$S_{fi} = -\frac{8\pi^2 e^2 h m^2 \delta^4 (k-k')}{V\omega} \sum_{n_g, n_f = 0}^{\infty} \int dg_0 dg_z \frac{\sum_{j=1}^{6} B_j}{\left(g_0^2 - E_g^2\right)\left(f_0^2 - E_f^2\right)}, \qquad (2.9)$$

де B_j мають вигляд:

$$B_1 = e_1 e_2 \left(J^2_{n_f, n_g} + J^2_{n_f - 1, n_g - 1} \right)\left(m^2 + P'f \right),$$

$$B_2 = \left(T_1^+ T_2^- J^2_{n_f - 1, n_g} + T_1^- T_2^+ J^2_{n_f, n_g - 1} \right)\left(m^2 + Pf \right),$$

$$B_3 = -\sqrt{2 n_f h} m \left[J_{n_f, n_g} J_{n_f - 1, n_g} \left(T_1^+ e_2 + e_1 T_2^- \right) + J_{n_f, n_g - 1} J_{n_f - 1, n_g - 1} \left(e_1 T_2^+ + T_1^- e_2 \right) \right] g_z,$$

$$B_4 = \sqrt{2 n_g h} m \left[J_{n_f, n_g} J_{n_f, n_g - 1} \left(e_1 T_2^+ + T_1^- e_2 \right) + J_{n_f - 1, n_g - 1} J_{n_f - 1, n_g} \left(T_1^+ e_2 + e_1 T_2^- \right) \right] f_z,$$

$$B_5 = 2 h m^2 \sqrt{n_g n_f} J_{n_f, n_g - 1} J_{n_f - 1, n_g} \left(T_1^- T_2^- - T_1^+ T_2^+ \right),$$

$$B_6 = 4 e_1 e_2 h m^2 \sqrt{n_g n_f} J_{n_f, n_g} J_{n_f - 1, n_g - 1}.$$

Тут $n_{g,f}$ – номери рівнів Ландау відповідних частинок, $e_{1,2}$ – z-компоненти векторів поляризації початкового та кінцевого фотонів, також у виразі для амплітуди введено такі позначення:

$$P' = \left(g_0, 0, 0, -g_z\right), \tag{2.10}$$

$$T_1^{\pm} = \cos\theta\cos\alpha \pm ie^{i\beta}\sin\alpha, \tag{2.11}$$

$$T_2^{\pm} = \cos\theta'\cos\alpha' \pm ie^{-i\beta'}\sin\alpha', \tag{2.12}$$

$$J_{n_f,n_g} = e^{-\frac{\eta}{2}}\eta^{\frac{|N_-|}{2}}\begin{cases} \sqrt{\dfrac{n_g!}{n_f!}}\dfrac{1}{N_-!}F\left(-n_f, N_- + 1, \eta\right), n_g \geq n_f, \\ \left(-1\right)^{N_-}\sqrt{\dfrac{n_f!}{n_g!}}\dfrac{1}{|N_-|!}F\left(-n_g, 1 - N_-, \eta\right), n_f > n_g, \end{cases} \tag{2.13}$$

$N_- = n_g - n_f$, $\eta = \left(k_x^2 + k_y^2\right)/2hm^2$, F – вироджена гіпергеометрична функція, $T_{1,2}^{\pm}$ – функції, які визначають поляризаційні властивості фотонів.

Надалі без втрати загальності використаємо систему відліку, в якій відсутня повздовжня компонента імпульсу початкового фотона по відношенню до напрямку магнітного поля:

$$k_z = 0, \tag{2.14}$$

оскільки перетворення Лоренца вздовж магнітного поля не змінюють саме поле.

Добре відомо, що амплітуда процесу (2.9) має розбіжність. Тому проведемо процедуру регуляризації або перенормування. Використаємо для цього метод регуляризації Боголюбова [134], згідно якого знаменник у виразі для функції Гріна (2.3) можна переписати так:

$$\left(g_0^2 - E_g^2 + i\varepsilon\right)^{-1} \to \left(g_0^2 - E_g^2 + i\varepsilon\right)^{-1} - \left(g_0^2 - E_g^2 - M^2 + m^2 + i\varepsilon\right)^{-1}, \tag{2.15}$$

де M – додаткова маса, яка прямує до нескінченності при знятті регуляризації, ε – мала додатна величина. Також використаємо α-представлення Боголюбова [134], яке аналогічне методу власного часу Швінгера [135]:

$$\frac{1}{g_0^2 - E_g^2 + i\varepsilon} = \frac{1}{i}\int_0^\infty d\tau e^{i\tau\left(g_0^2 - E_g^2 + i\varepsilon\right)}. \tag{2.16}$$

Після проведення процедури регуляризації, загальна амплітуда процесу визначається формулою

$$S_{fi} = i\frac{8\pi^3 e^2 h m^2 \delta^4\left(k-k'\right)}{V\omega}\times$$
$$\times\sum_{n_g,n_f=0}^{\infty}\int_0^1 d\zeta\left[a - \frac{b}{2}\ln\left|\frac{m^2\zeta\left(1-\zeta\right)}{\omega^2\left(\zeta-\zeta_1\right)\left(\zeta-\zeta_2\right)}\right| - \frac{m^2}{\omega^2}\frac{c\left(\zeta\right)}{\left(\zeta-\zeta_1\right)\left(\zeta-\zeta_2\right) - i\dfrac{\varepsilon}{\omega^2}}\right], \tag{2.17}$$

де введені такі позначення:

$$a = e_1 e_2\left(J^2_{n_f,n_g} + J^2_{n_f-1,n_g-1}\right) + T_1^- T_2^+\left(J^2_{n_f-1,n_g} + J^2_{n_f,n_g-1}\right),$$

$$b = 2T_1^- T_2^+\left(J^2_{n_f-1,n_g} + J^2_{n_f,n_g-1}\right),$$

$$c\left(\zeta\right) = a + 4e_1 e_2 h\sqrt{n_g n_f}\, J_{n_f,n_g} J_{n_f-1,n_g-1} + a\left(1+2n_f h\right) + 2haN_-\zeta,$$

$$\zeta_{1,2} = \frac{1}{2} - \frac{m^2}{\omega^2}hN_- \pm \sqrt{\frac{\omega^2}{m^2}\left(\frac{\omega^2}{m^2} - 4\left[1+N_+ h\right]\right) + 4h^2 N_-^2},$$

$N_{\pm} = n_g \pm n_f$, а під ω будемо розуміти частоту початкового фотона.

2.2. Резонансні умови та ймовірність процесу

Розглянемо резонансний випадок, коли віртуальні частинки виходять на масову поверхню. Процес другого порядку за постійною тонкої структури розпадається на два процеси першого порядку: народження та анігіляцію електрон-позитронної пари. Діаграма Фейнмана резонансного процесу зображена на рис. 1.2. При цьому два полюси першого порядку у виразі для амплітуди (2.17) співпадають між собою:

$$\zeta_1 = \zeta_2 = \zeta_{res}. \tag{2.18}$$

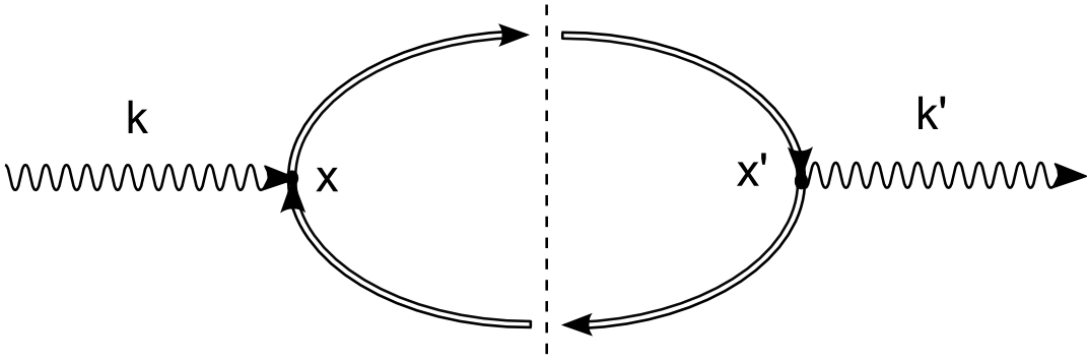

Рис. 1.2. Резонансна діаграма Фейнмана процесу розповсюдження фотона в магнітному полі з послідовним народженням та анігіляцією реальної електрон-позитронної пари.

Рівняння (2.18) має два розв’язки, один з яких зайвий, оскільки ζ_{res} тоді не належить інтервалу інтегрування (2.17) і сингулярність підінтегрального виразу зникає. Таким чином, використаємо другий розв’язок, а саме

$$\omega_{res} = m\left(\sqrt{1+2n_g h} + \sqrt{1+2n_f h}\right). \tag{2.19}$$

Як відомо, енергія електрона в постійному однорідному магнітному має наступний вигляд:

$$E = \sqrt{m^2\left(1+2lh\right)+p_z^2}, \tag{2.20}$$

де l – номер рівня Ландау.

З виразів (2.19), (2.20) видно, що резонансна частота фотона є сумою енергій електрона та позитрона на фіксованих рівнях Ландау n_g та n_f за відсутності повздовжнього імпульсу відносно магнітного поля.

При виконанні резонансної умови (2.19), амплітуда процесу (2.17) має вигляд

$$S_{fi}^{res} = -i\frac{8h\pi^4 e^2 m^4}{V\omega^2\Gamma}\delta^4\left(k-k'\right)\sum_{n_g,n_f=0}^{\infty} c\left(\zeta_{res}\right), \tag{2.21}$$

де Γ – ширина резонансу.

Надалі використаємо ультраквантове наближення або наближення низьких рівнів Ландау:

$$n_{g,f} \sim 1,\ hn_{g,f} << 1. \tag{2.22}$$

Такі умови виконуються, коли величина напруженості магнітного поля наближається до критичного значення H_c. Тоді резонансну частоту у наближенні (2.22) з точністю до першого порядку по малому параметру h перепишемо так:

$$\omega_{res} = m\left(2+N_+h\right). \tag{2.23}$$

Враховуючи вищенаведені вирази, резонансна амплітуда процесу в лінійному наближенні по h має вигляд

$$S_{fi}^{res} = -i\frac{2h\pi^4 e^2 m^2}{V\Gamma}\delta^4\left(k-k'\right)J^2\left\{e_1 e_2\left[2+h\left(N_+ - 2n_g n_f\right)\right]+hN_+T_1^- T_2^+\right\}, \qquad (2.24)$$

де

$$J = \frac{\left(-1\right)^{n_f}}{\sqrt{n_f!n_g!}}e^{-\frac{\eta}{2}}\eta^{\frac{N_+}{2}}. \qquad (2.25)$$

Зазначимо, що на основі амплітуди (2.24) процесу проходження фотона з послідовним народженням та анігіляцією електрон-позитронної пари в присутності магнітного поля можна отримати оптичну теорему, другими словами ймовірність народження електрон-позитронної пари одним фотоном визначається уявною частиною амплітуди досліджуваного процесу (2.24). У випадку неполяризованого фотону, оптична теорема має вигляд

$$W_{pair} = -\frac{2\Gamma}{\sqrt{m\delta\omega}}\operatorname{Im}S_{fi}^{res}, \qquad (2.26)$$

де W_{pair} – ймовірність фотонародження електрон-позитронної пари в магнітному полі, $\delta\omega$ – відстройка від порогу процесу народження пари одним фотоном. Підкреслимо, що відстройка у виразі (2.26) прямує до нуля, коли електрон-позитронна пара народжується на фіксованих рівнях Ландау з відсутніми повздовжніми імпульсами. Тому коефіцієнт у (2.26) можна наближено взяти рівним одиниці.

Методи квантової теорії поля (КТП), а саме оптична теорема можуть використовуватися також у задачі проходження важкої зарядженої частинки крізь замагнічений газ в електронному охолоджувачі (метод електронного охолодження). Зокрема, втрати енергії зарядженої частинки в першому борнівському наближенні визначаються уявною частиною поляризаційного оператора. Слід зазначити, що не дивлячись на широке застосування методу електронного охолодження у прискорювальній техніці, сьогодні існує теоретична проблема відмінності втрат енергії різнойменно заряджених частинок, оскільки аналітичні вирази для гальмівної здатності електронного газу залежать лише від квадрата заряду зовнішньої частинки. Вперше цей ефект був досліджений експериментально в роботі [121]. Також ця проблема буде актуальною для експериментів, які плануються на накопичувачі антипротонів HESR [126, 127].

Знайдемо резонансну ймовірність процесу проходження фотона в магнітному полі. У відповідності з добре відомими правилами КЕД, диференційна ймовірність визначається добутком квадрата модуля амплітуди на інтервал кінцевих станів фотона:

$$dW = \left|S_{fi}\right|^2 \frac{Vd^3k}{(2\pi)^3}. \qquad (2.27)$$

Після інтегрування виразу (2.27) по d^3k за допомогою δ-функції Дірака, отримаємо резонансну ймовірність досліджуваного процесу з лінійною точністю по h у вигляді:

$$W_{res} = \frac{\pi h^2 m^4 e^4}{2^5 \Gamma^2} T \delta(\omega - \omega') J^4 \times$$
$$\times \left\{ (1+\xi_3)(1+\xi_3')\left[1+\left(N_+ - 2n_g n_f\right)h\right] + \left(\xi_1\xi_1' + \xi_2\xi_2'\right)N_+ h \right\} \tag{2.28}$$

де T – час, $\xi_{1,2,3}$ – параметри Стокса фотона (штрихом позначені параметри кінцевого фотона).

З формули (2.28) видно, що резонансна ймовірність процесу суттєво залежить від поляризації початкового фотона, зокрема у випадку нормальної лінійної поляризації ($\xi_3 = -1$) ймовірність (2.28) дорівнює нулю і необхідно у цьому випадку врахувати доданки з більш високою точністю по малому параметру h, тому ймовірність у цьому випадку можна отримати у такому вигляді:

$$W_{res}(\xi_3 = -1) = \frac{\pi h^4 m^4 e^4}{2^6 \Gamma^2} T \delta(\omega_2 - \omega_1) J^4 N_+^2 (1 - \xi_3'). \tag{2.29}$$

Як видно з виразів (2.29) та (2.28) ймовірність у випадку нормальної лінійної поляризації початкового фотона суттєво менша. На рис. 1.3 показано залежність безрозмірної ймовірності процесу від магнітного поля в одиницях критичного поля для різних значень поляризації початкового фотона. Також зазначимо, що ширина резонансу має вигляд [30]:

$$\Gamma = \frac{2}{3} e^2 m h^2. \tag{2.30}$$

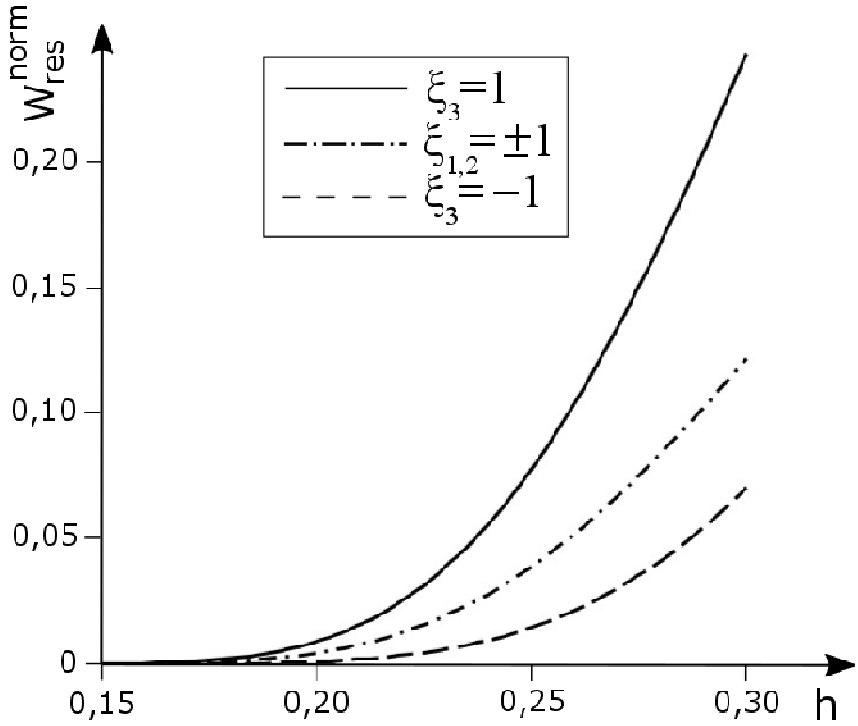

Рис. 1.3. Залежність ймовірності процесу від магнітного поля в одиницях критичного поля Швінгера ($n_g = 2,\ n_f = 1$).

2.3. Нерезонансний випадок

Знайдемо ймовірність нерезонансного процесу, коли електрон-позитронна пара народжується біля фіксованих рівнів Ландау n_g та n_f. У такому випадку частоту початкового фотона можна записати

$$\omega = \omega_{res} + \kappa m h, \tag{2.31}$$

де κ належить інтервалу $(0,1)$.

Враховуючи умову (2.31) та вираз для загальної амплітуди (2.17), нерезонансна ймовірність в ультраквантовому наближенні має вигляд:

$$S_{fi}^{nres} = \frac{h\pi^4 e^2 m^2}{V\omega\sqrt{\kappa h}}\delta^4\left(k-k'\right)J^2\left(s_1 e_1 e_2 + s_2 T_1^- T_2^+\right), \tag{2.32}$$

де

$$s_1 = 1 + \frac{24i}{\pi}\sqrt{\kappa h} - h\left(\frac{13}{8}\kappa + \frac{5}{4}N_+ + n_g n_f\right),$$

$$s_2 = \frac{hN_+}{2}.$$

Як і в резонансному випадку, знайдемо ймовірність, коли енергія фотона задовольняє умові (2.31). Виконуючи аналогічні розрахунки, ймовірність у першому незникаючому наближенні по h можемо записати

$$W_{nres} = \frac{\pi h m^2 e^4 T \delta(\omega - \omega')}{2^{11}\kappa} J^4 (1+\xi_3)(1+\xi_3'). \qquad (2.33)$$

У випадку, коли початковий фотон нормально лінійно поляризований можна записати

$$W_{nres}(\xi_3 = -1) = \frac{\pi h^3 m^2 e^4}{2^{12}\kappa} T \delta(\omega - \omega') J^4 N_+^2 (1-\xi_3'). \qquad (2.34)$$

На рис. 1.4 показано залежність ймовірності нерезонансного процесу від магнітного поля.

Знайдемо також відношення між резонансною та нерезонансною ймовірностями процесу. Для цього скористуємося виразами (2.28) та (2.33), тоді справедливе таке співвідношення:

$$\frac{W_{res}}{W_{nres}} = \frac{144\kappa}{e^4 h^3}. \qquad (2.35)$$

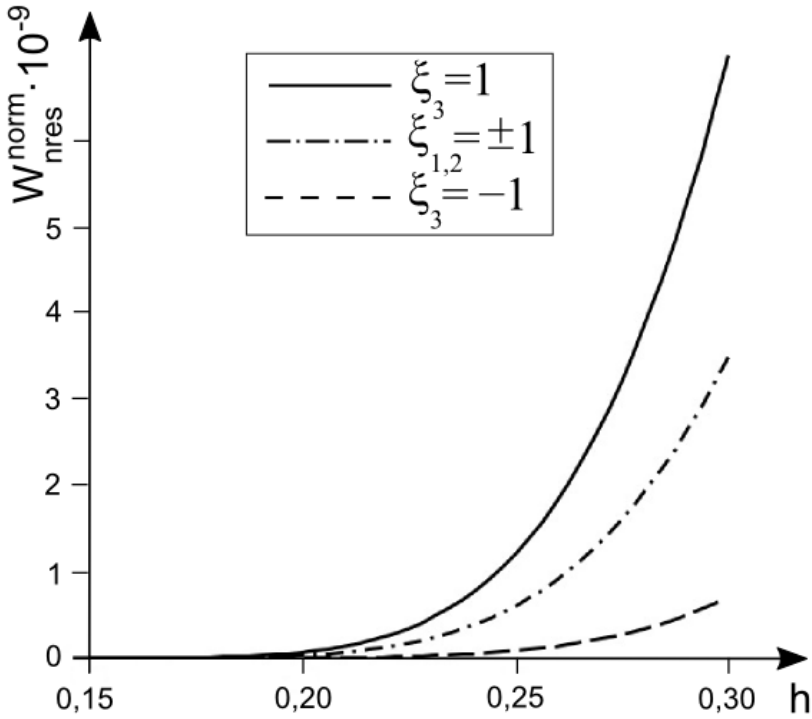

Рис. 1.4. Залежність ймовірності нерезонансного процесу від магнітного поля в одиницях критичного поля Швінгера ($n_g = 2$, $n_f = 1$, $\kappa = 0.1$).

З виразу (2.35) слідує, що ймовірність резонансного процесу суттєво більша від ймовірності в нерезонансному випадку. Наприклад, коли $h = 0{,}1$ та $\kappa = 0{,}1$ маємо $W_{res}/W_{nres} \sim 10^8$.

2.4. Поляризація кінцевого фотона

Знайдемо поляризацію кінцевого фотона з виразу для ймовірності процесу (2.28). Для цього скористаємося визначення для степені поляризації:

$$P = \max\left[\frac{W\left(\xi'_{1,2,3}\right) - W\left(-\xi'_{1,2,3}\right)}{W\left(\xi'_{1,2,3}\right) + W\left(-\xi'_{1,2,3}\right)}\right]. \qquad (2.36)$$

Підставимо (2.28) в (2.36), і з точністю до h можна записати

$$P = \xi_3' + \frac{\xi_1\xi_1' + \xi_2\xi_2'}{1+\xi_3} N_+ h. \tag{2.37}$$

Згідно виразу (2.37) видно, що степінь поляризації кінцевого фотона майже не залежить від поляризації початкового фотона і поляризація кінцевого фотона і має такий вигляд

$$\xi_3' = 1,\ \ \xi_1' = \frac{\xi_1}{1+\xi_3} N_+ h,\ \ \xi_2' = \frac{\xi_2}{1+\xi_3} N_+ h. \tag{2.38}$$

Як слідує з (2.38) кінцевий фотон майже завжди аномально лінійно поляризований за винятком випадку, коли $\xi_3 = -1$. Також слід зазначити, що степінь поляризації (2.37) при врахуванні (2.38) наближено рівна одиниці, тому кінцевий фотон повністю поляризований. У випадку ($\xi_3 = -1$) кінцевий фотон нормально лінійно поляризований ($\xi_3' = -1$). Виходячи з вище наведеного, вакуум в магнітному полі перестає бути активним середовищем для фотона у випадках, коли $\xi_3 = \pm 1$, тобто фотон при цьому розповсюджується без зміни своєї поляризації.

2.5. Висновки до розділу 2

Таким чином, у даному розділі досліджено процес розповсюдження фотона з послідовним народженням та анігіляцією електрон-позитронної пари в магнітному полі та отримані наступні результати:

1. Знайдено загальну амплітуду розглянутого процесу для довільно поляризованого фотона та показано справедливість оптичної теореми, тобто ймовірність народження електрон-позитронної пари фотоном в магнітному полі визначається уявною частиною амплітуди досліджуваного процесу.
2. Показано, що резонансний процесу має місце, коли частота початкового фотона дорівнює сумі енергій електрона та позитрона з нульовими значеннями повздовжніх імпульсів відносно магнітного поля.
3. Отримано в ультраквантовому наближенні ймовірності процесу в резонансному та нерезонансному випадках. Показано, що резонансна ймовірність суттєво перевищує нерезонансну.
4. Згідно одержаних виразів, існує суттєва залежність ймовірності від поляризації початкового фотона, зокрема ймовірність має найменше значення, коли початковий фотон нормально лінійно поляризований. Показано, що кінцевий фотон майже завжди аномально лінійно поляризований, за винятком випадку, коли початковий фотон нормально лінійно поляризований.

РОЗДІЛ 3

РЕЗОНАНСЕ ДВОФОТОННЕ НАРОДЖЕННЯ ЕЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННОЇ ПАРИ В СИЛЬНОМУ МАГНІТНОМУ ПОЛІ

На відміну від раніше проведених досліджень процесу двофотонного народження електрон-позитронної пари в магнітному полі, у даній роботі процес розглянуто для випадку, коли енергії одного з фотонів достатньо для народження пари. Обчислення проведені для довільних поляризацій частинок. Головна увага приділялася резонансному перебігу процесу.

У цьому розділі знайдено загальну амплітуду ймовірності процесу двофотонного народження електрон-позитронної пари в магнітному полі з урахуванням спінів та поляризації частинок. Розглянуто кінематику процесу та знайдені порогові умови. Показано, що в системі відліку, де відсутній сумарний паралельний полю імпульс фотонів, на порозі процесу z-компоненти імпульсу народжених частинок дорівнюють нулю. Обчислено значення імпульсів для надпорогових частот фотонів. Одержані умови резонансу амплітуди, коли знаменник функції Гріна електрона в магнітному полі прямує до нуля. При цьому процес можна розглядати як послідовність однофотонного народження пари та поглинання фотона. Знайдено умови одночасного резонансу в прямій та обмінній діаграмах у першому незникаючому наближенні по малому параметру h. В роботі також розраховано резонансний переріз процесу для народження пари на довільні низькі рівні Ландау з урахуванням поляризації всіх частинок.

3.1. Амплітуда процесу народження електрон-позитронної пари двома фотонами в магнітному полі

Згідно правил квантової електродинаміки амплітуда процесу народження електрон-позитронної пари двома фотонами в магнітному полі визначається (використовується релятивістська система одиниць, в якій $\hbar = c = 1$):

$$S_{fi} = -ie^2 \int d^4x d^4x' \overline{\Psi}_e \left[(A_1\gamma) G(x-x') (A_2'\gamma) + (A_2\gamma) G(x-x') (A_1'\gamma) \right] \Psi_p', \quad (3.1)$$

де $\Psi_{e,p}$ – хвильові функції електрона та позитрона в магнітному полі, $A_{1,2}$ – хвильові функції початкового та кінцевого фотонів, γ – матриці Дірака, $G(x-x')$ – функція Гріна проміжної частинки, а штриховані величини залежать від x'. На рис. 3.1 зображені діаграми Фейнмана, які відповідають амплітуді (3.1).

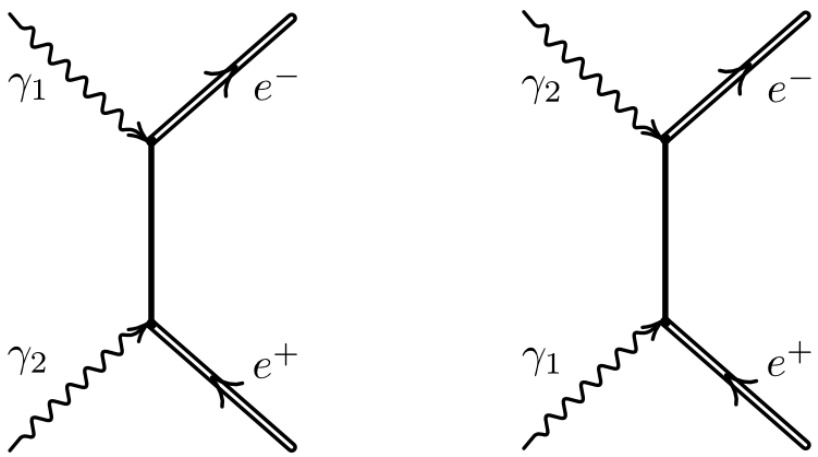

Рис. 3.1. Діаграми Фейнмана процесу народження електрон-позитронної пари двома фотонами.

Хвильові функції електрона та позитрона мають вигляд [133]:

$$\Psi_e = \frac{1}{\sqrt{S}} e^{-i\left(Et - p_y y - p_z z\right)} \psi_e\left(\zeta^-\right),$$
$$\Psi_p = \frac{1}{\sqrt{S}} e^{+i\left(Et - p_y y - p_z z\right)} \psi_p\left(\zeta^+\right), \tag{3.2}$$

де S – площа нормування, $\zeta^{\pm} = m\sqrt{h}\left(x \mp p_y / m^2 h\right)$, залежність хвильової функції від x-координати визначається такими виразами:

$$\psi_e\left(\zeta^-\right) = C_e\left(i\sqrt{\tilde{m}_e - \mu_e m} U_{l_e}\left(\zeta^-\right) + \mu_e \sqrt{\tilde{m}_e + \mu_e m} U_{l_e - 1}\left(\zeta^-\right)\gamma^1\right) u_e,$$
$$\psi_p\left(\zeta^+\right) = C_p\left(i\sqrt{\tilde{m}_p + \mu_p m} U_{l_p}\left(\zeta^+\right) - \mu_p \sqrt{\tilde{m}_p - \mu_p m} U_{l_p - 1}\left(\zeta^+\right)\gamma^1\right) u_p. \tag{3.3}$$

Тут $\tilde{m}_{e,p} = m\sqrt{1 + 2l_{e,p}h}$, h – магнітне поле в одиницях критичного поля Швінгера $H_c = m^2 c^3 / e\hbar \approx 4{,}41 \cdot 10^{13}\,Гс$, $U_l\left(\zeta\right)$ – функція Ерміта, $\mu_{e,p}$ – подвоєна проекція спіну електрона (позитрона), $C_{e,p}$ – константи нормування, $u_{e,p}$ – постійні біспінори:

$$C_{e,p} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\sqrt{eH}}{E_{e,p}\tilde{m}_{e,p}}}, \tag{3.4}$$

$$u_{e,p} = \frac{1}{R_{e,p}}\left(0, \pm R_{e,p}^2, 0, p_{(e,p)z}\right), \tag{3.5}$$

де $R_{e,p} = \sqrt{E_{e,p} - \mu_{e,p}\tilde{m}_{e,p}}$.

Хвильовим функціям (3.2), (3.3) відповідає калібровка електромагнітного 4-потенціалу $\left(0, 0, xH, 0\right)$.

Для хвильової функції початкового фотона використаємо стандартний вираз [133]:

$$A^{\nu} = \sqrt{\frac{2\pi}{\omega V}} e^{\nu} e^{ikx}, \tag{3.6}$$

де V – об'єм нормування, $e_{\mu} = (0, \vec{e})$ – 4-вектор поляризації фотона:

$$\vec{e} = \begin{pmatrix} \cos\varphi\cos\theta\cos\alpha - e^{i\beta}\sin\varphi\sin\alpha \\ \sin\varphi\cos\theta\cos\alpha + e^{i\beta}\cos\varphi\sin\alpha \\ -\sin\theta\cos\alpha \end{pmatrix}, \tag{3.7}$$

Тут φ, θ – азимутальний та полярний кути, α, β – параметри поляризації.

Функція Гріна проміжного електрона в магнітному полі має вигляд [60, 62, 63]:

$$G(x - x') = -\frac{m\sqrt{h}}{(2\pi)^3} \int d^3 g e^{-i\Phi} \sum_n \frac{G_H(x, x')}{g_0^2 - E_n^2}, \tag{3.8}$$

$$\begin{aligned} G_H(x, x') = (\gamma P + m)\left[\tau U_n(\rho) U_n(\rho') + \tau^* U_{n-1}(\rho) U_{n-1}(\rho')\right] + \\ + im\sqrt{2nh}\gamma^1\left[\tau U_{n-1}(\rho) U_n(\rho') - \tau^* U_n(\rho) U_{n-1}(\rho')\right], \end{aligned} \tag{3.9}$$

де U_n – функція Ерміта, $\rho(x) = m\sqrt{h}x + g_y / m\sqrt{h}$ – аргумент функції Ерміта, штрих біля аргументу у виразі для пропагатора означає залежність від x',

$$\Phi = g_0(t - t') - g_y(y - y') - g_z(z - z'), \tag{3.10}$$

$$\tau = \frac{1}{2}\left(1 + i\gamma^2\gamma^1\right), \tag{3.11}$$

$$P = \left(g_0, 0, 0, g_z \right). \tag{3.12}$$

Підставляючи у формулу (3.1) хвильові функції та пропагатор і проводячи послідовні математичні перетворення, одержимо амплітуду першої діаграми у вигляді:

$$S_{fi}^{(1)} = \frac{-ie^2 \left(2\pi\right)^4}{4VS\sqrt{\omega_1\omega_2}\sqrt{\tilde{m}_e\tilde{m}_p E_e E_p}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sum_{j=1}^{16} B_j}{g_0^2 - E_n^2} \delta^3\left(k_1 + k_2 - p_e - p_p\right). \tag{3.13}$$

Нижче наведені вирази для $B_j \left(j = 1 \div 16 \right)$, які входять у формулу (3.13):

$$B_1 = M_{e-}^{p+} e_1 e_2 \left(mA^- - E_n A^+ - g_z S^+ \right) I_{l_e,n}^{(1)} I_{n,l_p}^{(2)}, \tag{3.14}$$

$$B_2 = i\mu_p M_{e-}^{p-} e_1 T_2^+ \left(mS^+ - E_n S^- + g_z A^- \right) I_{l_e,n}^{(1)} I_{n,l_p-1}^{(2)}, \tag{3.15}$$

$$B_3 = M_{e-}^{p+} T_1^- T_2^+ \left(mA^- - E_n A^+ + g_z S^+ \right) I_{l_e,n-1}^{(1)} I_{n-1,l_p}^{(2)}, \tag{3.16}$$

$$B_4 = -i\mu_p M_{e-}^{p-} T_1^+ e_2 \left(mS^+ - E_n S^- - g_z A^- \right) I_{l_e,n-1}^{(1)} I_{n-1,l_p-1}^{(2)}, \tag{3.17}$$

$$B_5 = -iM_{e-}^{p+} m\sqrt{2nh} T_1^+ e_2 S^+ I_{l_e,n-1}^{(1)} I_{n,l_p}^{(2)}, \tag{3.18}$$

$$B_6 = \mu_p M_{e-}^{p-} m\sqrt{2nh} T_1^+ T_2^+ A^- I_{l_e,n-1}^{(1)} I_{n,l_p-1}^{(2)}, \tag{3.19}$$

$$B_7 = -iM_{e-}^{p+} m\sqrt{2nh} e_1 T_2^- S^+ I_{l_e,n}^{(1)} I_{n-1,l_p}^{(2)}, \tag{3.20}$$

$$B_8 = \mu_p M_{e-}^{p-} m\sqrt{2nh} e_1 e_2 A^- I_{l_e,n}^{(1)} I_{n-1,l_p-1}^{(2)}, \tag{3.21}$$

$$B_9 = i\mu_e M_{e+}^{p+} T_1^- e_2 \left(mS^+ + E_n S^- + g_z A^- \right) I_{l_e-1,n}^{(1)} I_{n,l_p}^{(2)}, \tag{3.22}$$

$$B_{10} = \mu_e \mu_p M_{e+}^{p-} T_1^- T_2^+ \left(mA^- + E_n A^+ - g_z S^+ \right) I_{l_e-1,n}^{(1)} I_{n,l_p-1}^{(2)}, \tag{3.23}$$

$$B_{11} = i\mu_e M_{e+}^{p+} e_1 T_2^- \left(mS^+ + E_n S^- - g_z A^- \right) I_{l_e-1,n-1}^{(1)} I_{n-1,l_p}^{(2)}, \tag{3.24}$$

$$B_{12} = \mu_e \mu_p M_{e+}^{p-} e_2 e_1 \left(mA^- + E_n A^+ + g_z S^+ \right) I_{l_e-1,n-1}^{(1)} I_{n-1,l_p-1}^{(2)}, \tag{3.25}$$

$$B_{13} = -\mu_e M_{e+}^{p+} m\sqrt{2nh} e_1 e_2 A^- I_{l_e-1,n-1}^{(1)} I_{n,l_p}^{(2)}, \tag{3.26}$$

$$B_{14} = -i\mu_e \mu_p M_{e+}^{p-} m\sqrt{2nh} e_1 T_2^+ S^+ I_{l_e-1,n-1}^{(1)} I_{n,l_p-1}^{(2)}, \tag{3.27}$$

$$B_{15} = -\mu_e M_{e+}^{p+} m\sqrt{2nh} T_1^- T_2^- A^- I_{l_e-1,n}^{(1)} I_{n-1,l_p}^{(2)}, \tag{3.28}$$

$$B_{16} = -i\mu_e \mu_p M_{e+}^{p-} m\sqrt{2nh} T_1^- e_2 S^+ I_{l_e-1,n}^{(1)} I_{n-1,l_p-1}^{(2)}. \tag{3.29}$$

Тут $e_{1,2}$ – z-компоненти векторів поляризації фотонів, також у виразі для амплітуди введено такі позначення:

$$M_{e\pm}^{p\pm} = \sqrt{\tilde{m}_e \pm \mu_e m}\sqrt{\tilde{m}_p \pm \mu_p m},, \tag{3.30}$$

$$T_j^{\pm} = e_{jx} \pm i e_{jy},\ j = 1, 2, \tag{3.31}$$

$$A^{\pm} = \frac{R_e^2 R_p^2 \pm p_{ez} p_{pz}}{R_e R_p}, \tag{3.32}$$

$$S^{\pm} = \frac{R_e^2 p_{pz} \pm R_p^2 p_{ez}}{R_e R_p}. \tag{3.33}$$

Функції $I_{l,l'}^{(j)}$ є характерними для задач КЕД в магнітному полі:

$$I_{l,l'}^{(j)} = e^{-i\Phi_j} \frac{\left(i\sqrt{\eta_j}\right)^{\Lambda-\lambda}}{(\Lambda-\lambda)!} \sqrt{\frac{\Lambda!}{\lambda!}} F\left(-\lambda, \Lambda-\lambda+1, \eta_j\right), \tag{3.34}$$

$$\Lambda = \max(l, l'),\ \lambda = \min(l, l'),$$

$$\Phi_j = \frac{\eta_j}{2} + \frac{k_{jx}\kappa_j}{2m^2 h} + i\varphi_j(l - l'),$$

$$\kappa_1 = 2p_{ey} - k_{1y},\ \kappa_2 = k_{2y} - 2p_{py},$$

$$\eta_j = \frac{k_{jx}^2 + k_{jy}^2}{2m^2 h},$$

де $F(a,b,\eta)$ – вироджена гіпергеометрична функція, $T_{1,2}^{\pm}$ – функції, які визначають поляризаційні властивості фотонів.

Доданок, що відповідає обмінній діаграмі, відрізняється заміною індексів $1 \leftrightarrow 2$.

3.2. Кінематика та резонансні умови процесу двофотонного народження пари в магнітному полі

В магнітному полі виконуються закони збереження енергії та паралельної полю компоненти імпульсу, які для процесу народження електрон-позитронної пари двома фотонами в магнітному мають такий вигляд:

$$\begin{cases} E_e + E_p = \omega_1 + \omega_2 = \omega, \\ p_{ez} + p_{pz} = k_{1z} + k_{2z} = k. \end{cases} \tag{3.35}$$

Знайдемо порогові величини енергії та імпульсу електрон-позитронної пари. Для цього введемо допоміжну функцію

$$f\left(p_{ez}\right) = \omega - E_e - E_p. \tag{3.36}$$

Поріг процесу визначається умовою $f\left(p_m\right) = 0$, p_m – точка максимуму функції. На рис. 3.3(а, б) зображені функції $f\left(p\right)/m$ для різних кутів першого та другого фотонів по відношенню до магнітного поля (для зручності введено позначення повздовжньої компоненти імпульсу електрона через p).

Після диференціювання можна знайти значення імпульсу електрона в точці максимуму:

$$p_m = \frac{\tilde{m}_e K}{\tilde{m}_e + \tilde{m}_p}. \tag{3.37}$$

Як видно з рис. 3.3б, процес народження електрон-позитронної пари неможливий, коли обидва фотони рухаються в одному напрямку вздовж магнітного поля.

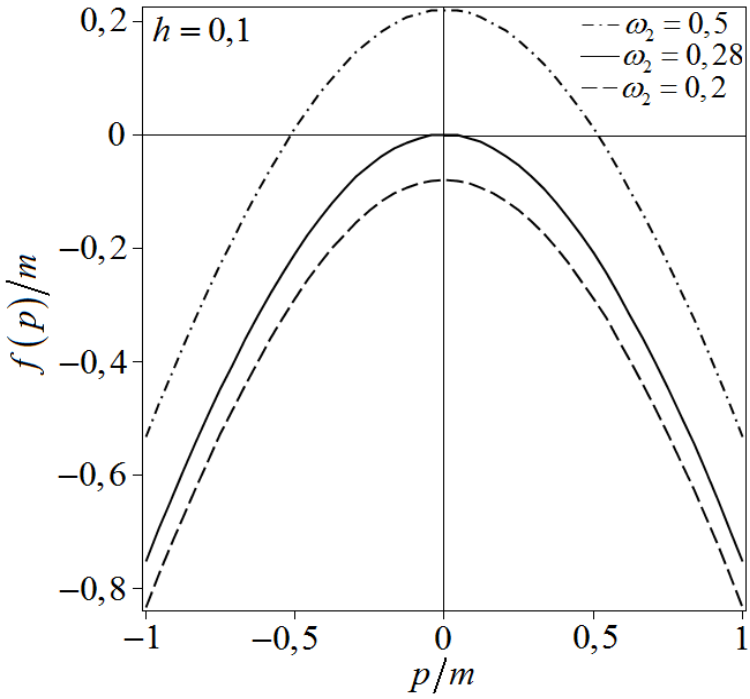

Рис. 3.3а. Залежність функції $f(p)/m$ від імпульсу електрона для номерів рівнів Ландау $l_e = 2$, $l_p = 1$, частоти першого фотона в одиницях маси електрона $\omega_1 = 2$ та $\theta_{1,2} = \pi/2$.

Враховуючи попередні вирази, порогові значення енергії та імпульсів електрона та позитрона визначаються:

$$E'_e = \frac{\tilde{m}_e}{\tilde{m}_e + \tilde{m}_p}\omega', \qquad p'_{ez} = \frac{k'E'_e}{\omega'},$$
$$E'_p = \frac{\tilde{m}_p}{\tilde{m}_e + \tilde{m}_p}\omega', \qquad p'_{pz} = \frac{k'E'_p}{\omega'}. \tag{3.38}$$

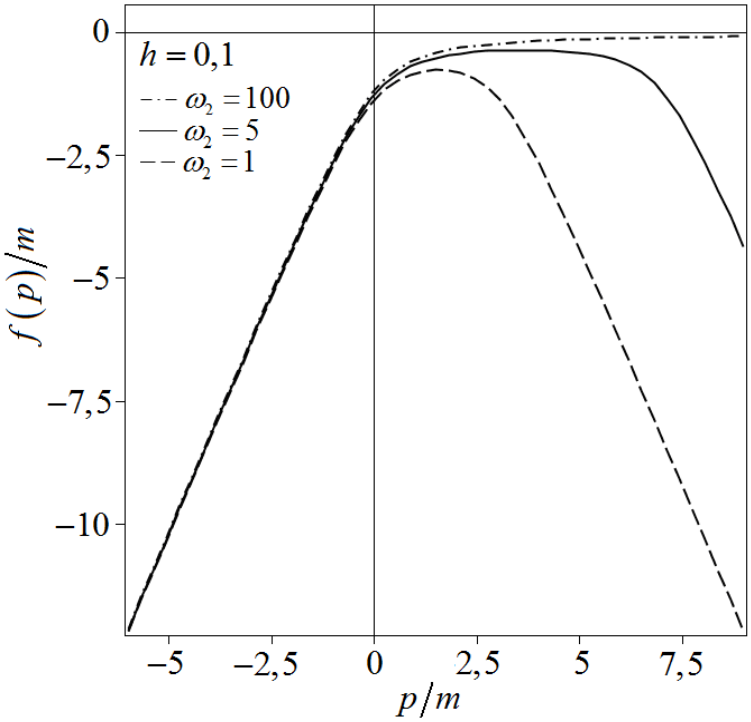

Рис. 3.3б. Залежність функції $f(p)/m$ від імпульсу електрона для номерів рівнів Ландау $l_e = 2$, $l_p = 1$, частоти першого фотона в одиницях маси електрона $\omega_1 = 2$ та $\theta_{1,2} = 0$.

Звідси випливає умова порогу процесу:

$$\omega'^2 - k'^2 = \left(\tilde{m}_e + \tilde{m}_p\right)^2. \tag{3.39}$$

Як бачимо, дана умова не може виконуватися, якщо обидва фотони рухаються паралельно полю в одному напрямку. В такому випадку ліва частина рівняння (3.39) повинна була б дорівнювати нулю, тоді як права завжди більша від $4m^2$.

В загальному випадку (над порогом) імпульс електрона можна записати:

$$p_{ez} = \frac{ak \pm b\omega}{2M^2}, \tag{3.40}$$

де

$$a = M^2 + \tilde{m}_e^2 - \tilde{m}_p^2, \tag{3.41}$$

$$b^2 = M^4 - 2M^2\left(\tilde{m}_e^2 + \tilde{m}_p^2\right) + 4\left(l_p - l_e\right)^2 h^2, \tag{3.42}$$

$$M^2 = \omega^2 - k^2.$$

Зазначимо, що при переході в нову інерційну систему відліку, що рухається вздовж магнітного поля, перетворення Лоренца не змінюють напрям та величину магнітного поля, а також не призводять до появи електричного. Отже, без втрати загальності можна обрати таку систему відліку, де сумарний поздовжній імпульс фотонів буде рівний нулю:

$$k = 0. \tag{3.43}$$

Тоді порогові умови (3.38), (3.39) спрощуються і приймають вигляд

$$\begin{aligned} \omega' &= \tilde{m}_e + \tilde{m}_p, \\ p'_{ez} &= p'_{pz} = 0. \end{aligned} \tag{3.44}$$

Якщо частоти перевищують порогові значення, то імпульс електрона у вказаній системі відліку визначається як

$$p_{ez} = \pm\sqrt{\frac{\omega^2}{4} - m^2\left[1 + h\left(l_e + l_p\right)\right] + \frac{m^4 h^2}{\omega^2}\left(l_e - l_p\right)^2}. \tag{3.45}$$

Надалі будемо розглядати процесс в ультраквантовому, або LLL-наближенні (Lowest Landau Levels), коли виконується умова

$$hl_{e,p} << 1. \tag{3.46}$$

Крім того, вважатимемо, що народжені частинки займають низькі рівні Ландау, тобто

$$l_{e,p} \sim 1. \tag{3.47}$$

Зазначимо, що умови (3.46), (3.47) вимагають наявності досить сильного магнітного поля, що за порядком величини наближається до критичного значення.

Знайдемо в ультраквантовому наближенні значення імпульсу електрона. Введемо відстройку від порогу $\delta\omega$ процесу згідно

$$\omega = \tilde{m}_e + \tilde{m}_p + \delta\omega. \tag{3.48}$$

Тоді за умови $\delta\omega \le mh$ можна наближено записати

$$p_{ez} = \sqrt{m\delta\omega}. \tag{3.49}$$

Перебіг процесу набуває резонансного характеру, коли віртуальний електрон займає деякий рівень Ландау, а його енергія та імпульс задовольняють звичайному релятивістському співвідношенню в магнітному полі:

$$E_n = \sqrt{m^2 + g_z^2 + 2nh}. \tag{3.50}$$

При цьому в одному з доданків суми в функції Гріна (3.8) з’являється полюс, і внеском інших доданків можна знехтувати.

Таким чином, умовою резонансу є рівність нулю знаменника в пропагаторі віртуальної частинки (3.8). Для першої діаграми умова резонансного протікання процесу має вигляд:

$$g_0^2 - E_n^2 = 0, \tag{3.51}$$

а величини g_0, g_z визначаються згідно законів збереження енергії та імпульсу в вершинах діаграми.

Рівняння (3.51) задає дві резонансні умови, а саме $g_0 = \pm E_n$. Розглянемо випадок зі знаком плюс. Для 4-імпульсу віртуальної частинки використаємо співвідношення:

$$\begin{aligned} g_0 &= E_e - \omega_1, \\ g_z &= p_{ez} - k_{1z}, \end{aligned} \tag{3.52}$$

Використаємо наближений вираз для імпульсу частинок (3.49), а також умови ультраквантового наближення (3.46), (3.47). Тоді вираз для резонансної частоти першого фотону одержимо, розвинувши рівняння $g_0 = +E_n$ в ряд Тейлора за малим параметром h і в найнижчому незникаючому наближенні, резонансні частоти дорівнюють

$$\begin{aligned} \omega_1^{res} &\approx mh(l_e - n_g), \\ \omega_2^{res} &\approx 2m + mh(l_p + n_g) + \delta\omega. \end{aligned} \tag{3.53}$$

Як відомо, в резонансі процес другого порядку за сталою тонкої структури може бути зображений як послідовність процесів першого порядку, в даному випадку однофотонного народження пари та абсорбції фотона в магнітному полі. З рівнянь (3.53) випливає, що один з фотонів (у даному випадку другий) утворює пару і повинен мати енергію, що

перевищує поріг однофотонного народження. Інший фотон (перший) поглинається електроном, і його частота повинна дорівнювати енергії переходу між рівнями Ландау (рис. 3.4).

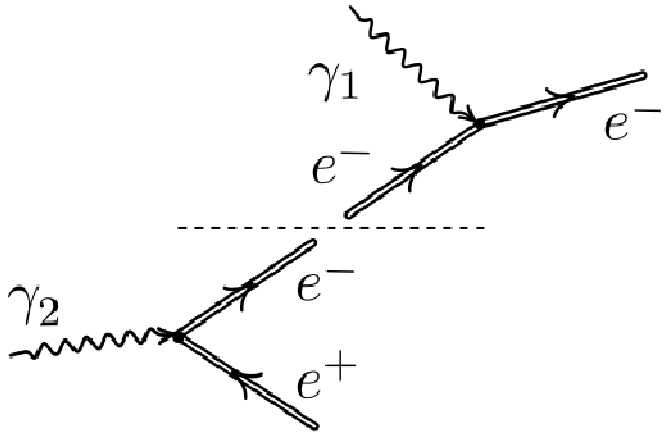

Рис. 3.4. Діаграма Фейнмана для резонансного випадку (3.52).

Розглянемо тепер другу резонансну умову, а саме $g_0 = -E_n$. В цьому випадку зручно виразити величини g_0, g_z через 4-імпульси позитрона та другого фотона:

$$\begin{aligned} g_0 &= \omega_2 - E_p, \\ g_z &= k_{2z} - p_{pz}. \end{aligned} \tag{3.54}$$

Провівши викладки, аналогічні попередньому випадку, знайдемо резонансні частоти у вигляді

$$\begin{aligned} \omega_1^{res} &\approx 2m + mh(l_e + n_g) + \delta\omega, \\ \omega_2^{res} &\approx mh(l_p - n_g). \end{aligned} \tag{3.55}$$

Як видно, в даному випадку пара утворюється першим фотоном, $\omega_1 \approx 2m$. Варто звернути увагу, що м’який фотон тепер поглинається позитроном, а не електроном (рис. 3.5).

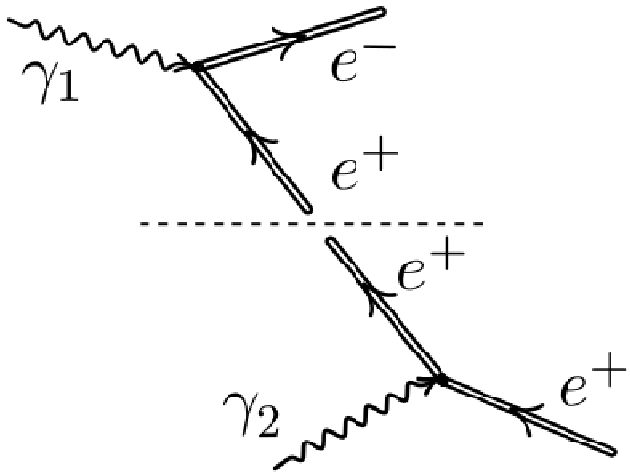

Рис. 3.5. Діаграма Фейнмана для резонансного випадку (3.54).

Резонансні умови другої діаграми Фейнмана можна одержати з (3.53) та (3.55) заміною індексів фотонів, $1 \leftrightarrow 2$. Наприклад, з умови (3.55) для обмінної діаграми знайдемо:

$$\begin{aligned} \omega_1^{res} &\approx mh(l_p - n_f), \\ \omega_2^{res} &\approx 2m + mh(l_e + n_f) + \delta\omega, \end{aligned} \tag{3.56}$$

де n_f – рівень Ландау проміжного позитрона. Очевидно, що можна вказати умови, за яких резонанс можливий одночасно для двох діаграм. Справді, прирівнявши частоти фотонів з (3.53) та (3.56), знайдемо:

$$l_e - n_g = l_p - n_f. \tag{3.57}$$

Очевидно, що частоти ω_2^{res} також співпадають, якщо справедливе попереднє рівняння. Сформулюємо умову інтерференції резонансів в більш зручному вигляді. Введемо за означенням число N згідно

$$\omega_1^{res} = mh \cdot N. \tag{3.58}$$

Тоді інтерференція діаграм в резонансі можлива для наступних рівнів віртуальної частинки:

$$\begin{cases} n_g = l_e - N, \\ n_f = l_p - N. \end{cases} \tag{3.59}$$

Умови (3.59) не можуть бути виконані, якщо $l_e < N$ або $l_p < N$, оскільки номери n_g і n_f невід'ємні. Цей висновок можна одержати і з фізичних міркувань. В резонансі м'який фотон поглинається різними частинками в прямій та обмінній діаграмах (електроном та позитроном і навпаки). Тому якщо результуюча енергія однієї з частинок пари менша за енергію м'якого фотона, для відповідної діаграми умова резонансу не виконується.

Отже, для випадку резонансу можливо експериментально відокремити внески кожної діаграми, відбираючи події з $l_e < N$ або $l_p < N$. Якщо ж $l_p > N$ і, одночасно, $l_e > N$, то в резонансі також необхідно враховувати інтерференцію діаграм. Надалі будемо вважати, для визначеності, що віртуальною частинкою є електрон, справедливі рівняння (3.53), а також виконана умова відсутності інтерференції резонансних діаграм, тобто

$$N > l_p. \tag{3.60}$$

Всі одержані вирази будуть справедливі і для обмінної діаграми після заміни $l_e \leftrightarrow l_p$.

Як видно з рівнянь (3.53), в найнижчому наближенні резонансні частоти не залежать від кутів падіння фотонів. Щоб дослідити таку

залежність, необхідно врахувати наступну поправку за малим параметром задачі h.

Відповідний розрахунок дає наступний результат:

$$\omega_1^{res} \approx mh(l_p - n_g)\left(1 \pm u_1\sqrt{\frac{\delta\omega}{m}}\right),$$
$$\omega_2^{res} \approx 2m + mh(l_e + n_g) + \delta\omega \mp mh(l_e - n_g)u_1\sqrt{\frac{\delta\omega}{m}}. \tag{3.61}$$

Зазначимо, що в резонансі жорсткий фотон направлений майже перпендикулярно магнітному полю внаслідок вибору системи відліку (3.43), а також значної різниці в енергіях фотонів, $\omega_2^{res} >> \omega_1^{res}$. Враховуючи (3.43) та (3.61) , знайдемо:

$$\cos\theta_2 \approx -\frac{hN}{2}\cos\theta_1. \tag{3.62}$$

Відмітимо, що знак перед косинусом полярного кута в ω_1^{res} (3.61) співпадає зі знаком поздовжнього імпульсу електрона (3.45). Таким чином, в резонансі поза межами області інтерференції напрям поздовжнього руху утворених частинок може бути заданий вибором кутів падіння та частот фотонів.

В частинному випадку $\theta_1 = \theta_2 = \pi / 2$, тобто коли фотони поширюються перпендикулярно магнітному полю, можна одержати просту формулу для резонансної частоти і для випадку довільної відстройки частот від порогу реакції, $\delta\omega \gtrsim m$. Тоді з точністю до $o(h^2)$ можна записати:

$$\omega_1^{res} = \frac{2mh(l_e - n_g)}{(2+\delta\omega)^3}\left[4 + 4\delta\omega + \delta\omega^2 - h(l_p + l_e)\delta\omega - 2h(l_e + n_g)\right]. \quad (3.63)$$

Насамкінець, наведемо графіки точних залежностей резонансної частоти м'якого фотона від полярного кута та відстройки від порогу $\delta\omega$, одержані чисельно як графіки неявно заданої функції $g_0(\omega_1, u_1, \delta\omega) - E_n(\omega_1, u_1, \delta\omega) = 0$ (Рис. 3.6).

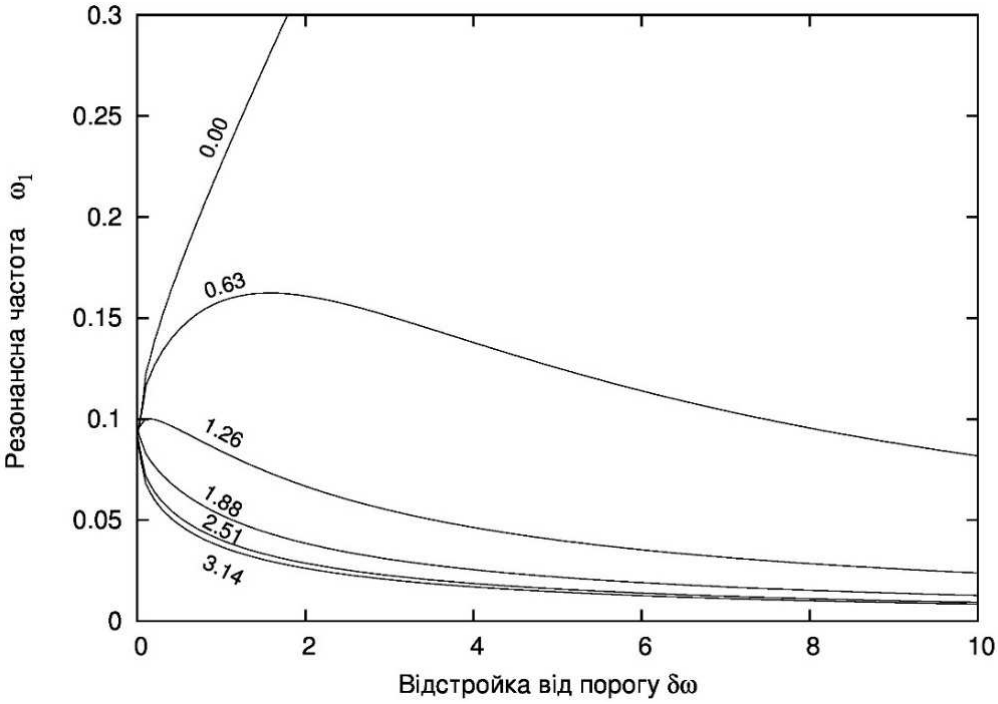

Рис. 3.6а. Точна залежність резонансної частоти м'якого фотону ω_1 від відстройки частот від порогу процесу $\delta\omega$ для різних значень кута θ_1. Напруженість магнітного поля $h = 0.1$.

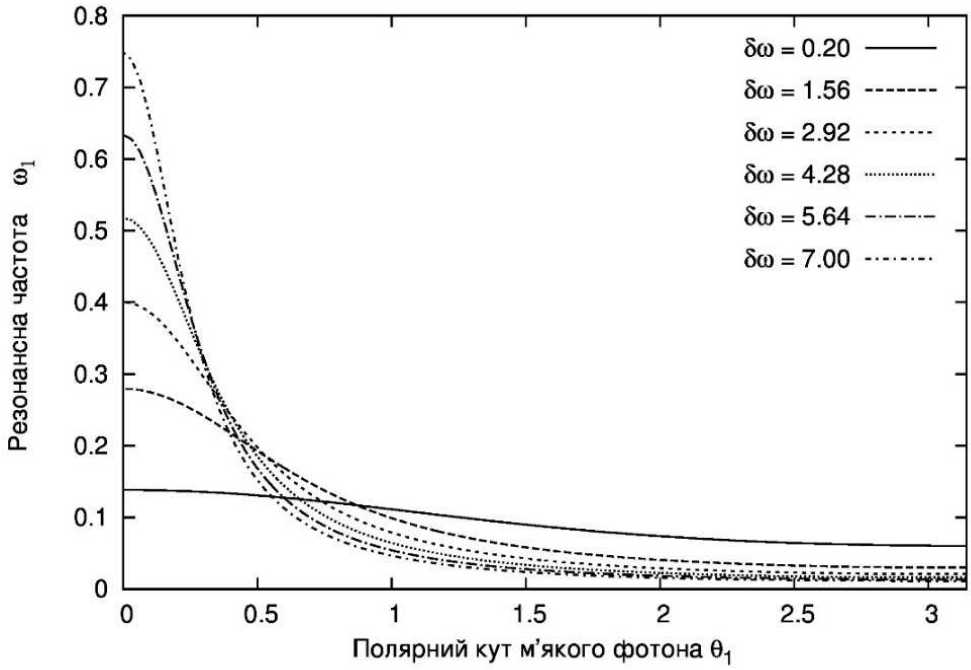

Рис. 3.6б. Точна кутова залежність резонансної частоти м'якого фотону ω_1 для різних значень відстройки частот від порогу процесу $\delta\omega$. Напруженість магнітного поля $h = 0.1$.

3.3. Резонансний переріз процесу

Спростимо амплітуду ймовірності процесу, використовуючи умови ультраквантового наближення (3.46), (3.47). Крім того, обмежимося випадком резонансного перебігу процесу в області параметрів (3.60), для яких неможливий резонанс одночасно в прямій та обмінній діаграмах. Таким чином, вважатимемо, що частоти фотонів задовольняють умовам резонансу і визначаються рівняннями (3.53).

Розглянемо аргументи спецфункцій (3.34) в умовах резонансу. Оскільки $\omega_1 \sim mh$, $\omega_2 \sim 2m$, то легко переконатися, що

$$q_1 \approx \frac{h}{2} N^2 \sin^2\theta_1,$$
$$q_2 \approx \frac{2}{h}. \tag{3.64}$$

Тоді для вироджених гіпергеометричних функцій, що входять в (3.34), можна записати такі наближені вирази:

$$F(-n, l_e - n + 1, q_1) \approx 1 - \frac{n}{l_e - n + 1} q_1 + \frac{n(n-1)}{(l_e - n + 1)(l_e - n + 2)} \frac{q_1^2}{2}, \tag{3.65}$$

$$F(-l, L - l + 1, q_2) \approx (-1)^l \frac{q_2^l}{L!} \left[1 - \frac{lL}{q_2} + \frac{l(l-1)L(L-1)}{2q_2^2} \right], \tag{3.66}$$

де $l = \min(n, l_p)$, $L = \max(n, l_p)$.

Розвинемо амплітуду ймовірності (3.13) для кожного спінового стану в ряд Тейлора за малим параметром h, залишивши лише найбільші доданки. Відкидаючи несуттєвий фазовий множник, одержимо наступні наближені вирази для прямої діаграми:

$$S_1 = \frac{4\alpha(2\pi)^4 \delta^3}{SV\sqrt{hN}} \frac{\sqrt{e^{-q_2} q_1^N q_2^{l_p+n}}}{g_0^2 - E_n^2} \frac{\sqrt{l_e! / l_p!}}{N! n!} A_{\mu_e \mu_p}, \tag{3.67}$$

де для зручності позначено

$$\delta^3 = \delta(\omega_1 + \omega_2 - E_e - E_p)\delta(k_{1y} + k_{2y} - p_{ey} - p_{py}) \times$$
$$\times \delta(k_{1z} + k_{2z} - p_{ez} - p_{pz}), \tag{3.68}$$

$$A_{-+} = e^{i\varphi_1} \sqrt{2} \frac{e_2 T_1^-}{\sin\theta_1}, \tag{3.69}$$

$$A_{++} = \sqrt{\frac{h}{l_e}}\left[Ne_1e_2 - Ne_2T_1^- e^{i\varphi_1}\frac{\cos\theta_1}{\sin\theta_1} + n\frac{T_1^-T_2^-}{\sin\theta_1\sin\theta_2}\right], \qquad (3.70)$$

$$A_{--} = e^{i(\varphi_2-\varphi_1)}\sqrt{hl_p}\,\frac{T_1^-T_2^+}{\sin\theta_1\sin\theta_2}, \qquad (3.71)$$

$$A_{+-} = e^{-i\varphi_2}\sqrt{\frac{h^2l_p}{2l_e}}\left[ne^{i(\varphi_2+\varphi_1)}e_2T_1^-\frac{ctg^2\theta_2}{\sin\theta_1} + Ne^{i\varphi_1}T_1^-T_2^+\frac{ctg\theta_1}{\sin\theta_2} - N\frac{e_1T_2^+}{\sin\theta_2}\right], \qquad (3.72)$$

а величини φ_1, φ_2 – азимутальні кути фотонів.

Згідно відомих правлил квантової електродинаміки, диференційна ймовірність процесу в одиницю часу пропорційна квадрату модуля амплітуди, а саме

$$dW = \left|S_{fi}\right|^2 dN_e dN_p, \qquad (3.73)$$

де $dN_{e,p}$ – інтервали кінцевих станів електрона та позитрона:

$$dN_{e,p} = \frac{Sd^2p_{e,p}}{(2\pi)^2}. \qquad (3.74)$$

Тут S – площа нормування, $d^2p_{e,p} = dp_{(e,p)y}dp_{(e,p)z}$.

Щоб перейти до перерізу процесу, необхідно його ймовірність (3.73) розділити на густину потоку j:

$$d\sigma = \frac{dW}{j}, \qquad j = \frac{1-\cos\chi}{V}, \qquad (3.75)$$

де V – об’єм нормування, χ – кут між векторами $\vec{k}_1$ та $\vec{k}_2$.

В ультраквантовому наближенні в неінтерференційній області скористаємося виразами (3.67)-(3.72). Розкриваючи квадрат амплітуди в (3.73), скориставшись відомим правилом для квадрату δ-функцій та після проведення простих перетворень можна знайти диференціальний переріз у вигляді:

$$d\sigma = \frac{2^5 \pi\alpha^2}{hN} \frac{q_1^N q_2^{l^+ + n}}{\left|g_0^2 - E_n^2\right|^2} \frac{Se^{-q_2}}{V(1-\cos\chi)} \frac{l_e!/l_p!}{(N!n!)^2} |A_{\mu_e\mu_p}|^2 \delta^3 d^2 p_e d^2 p_p. \quad (3.76)$$

В резонансному випадку $g_0^2 = E_n^2$ і знаменник в пропагаторі прямує до нуля, що призводить до виникнення резонансної розбіжності. Щоб позбавитися цієї розбіжності, необхідно скористатися правилом Брейта-Вігнера, приписавши енергії віртуальної частинки g_0 деяку ширину стану Γ:

$$g_0 \to g_0 - \frac{i}{2}\Gamma. \quad (3.77)$$

Беручи до уваги, що в ультраквантовому наближенні $g_0 = m + o(h)$, резонансний знаменник можна наближено записати як

$$\left|g_0^2 - E_n^2\right|_{res}^2 \approx m^2\Gamma^2. \quad (3.78)$$

Знайдемо повний переріз процесу, проінтегрувавши (3.76) по $d^2 p_e$, $d^2 p_p$. Інтеграли по dp_{py}, dp_{pz} можна зняти, використовуючи властивості δ-функцій. Результатом інтегрування по dp_{ey} є множник p_{ey}, оскільки амплітуда ймовірності (3.67) не залежить від змінної інтегрування. При цьому в повній імовірності (і перерізі) виникає множник $p_{ey}S/V$, який не

має фізичного змісту. Щоб позбутися вказаного множника, використаємо метод, вказаний в роботі [16]. Ототожнивши довжину нормування $L_x = S / V$ з координатою центра орбіти $x_0 = p_{ey} / m^2$, знайдемо:

$$\frac{p_{ey} S}{V} = m^2 h. \tag{3.79}$$

Нарешті, проінтегруємо переріз по dp_{ez}, скориставшись дельта-функцією від енергії. Використовуючи властивості дельта-функцій, а також вираз для імпульсу електрона (3.49), в ультраквантовому наближенні знайдемо:

$$\int \delta(\omega_1 + \omega_2 - E_e - E_p) dp_{ez} \approx \sqrt{\frac{m}{\delta\omega}}. \tag{3.80}$$

Враховуючи вирази (3.77)-(3.80), повний переріз процесу приймає вигляд:

$$\sigma = \frac{2^5 \pi \alpha^2}{m^2} \sqrt{\frac{m}{\delta\omega}} \left(\frac{m}{\Gamma} \right)^2 e^{-q_1 - q_2} q_1^{l_e - n} q_2^{l_p + n} \frac{l_e! / l_p!}{N (N! n!)^2} \frac{| A_{\mu_e \mu_p} |^2}{1 - \cos\chi}. \tag{3.81}$$

Розкриємо квадрати модулів величин $A_{\mu_e \mu_p}$ та виразимо залежність від поляризації фотонів через параметри Стокса:

$$\begin{aligned} \xi_1 &= \sin 2\alpha \cos\beta, \\ \xi_2 &= \sin 2\alpha \sin\beta, \\ \xi_3 &= \cos 2\alpha. \end{aligned} \tag{3.82}$$

Тоді повний резонансний переріз процесу двофотонного народження електрон-позитронної пари в сильному магнітоному полі з урахуванням спінів та поляризацій частинок можна записати як

$$\sigma_{-+} = \sigma_0 (1+\Xi_3)\left[1+u^2+2u\xi_2 - s^2\xi_3\right], \tag{3.83}$$

$$\sigma_{--} = \sigma_0 \frac{h}{2l_e}(1-\Xi_3)\left[1+u^2+2u\xi_2 - s^2\xi_3\right], \tag{3.84}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{++} = \sigma_0 \frac{hl_e}{2}\Big\{&(N^2\Xi_+ + n^2\Xi_-)(1+u^2+2u\xi_2) + (N^2\Xi_+ - n^2\Xi_-)\xi_3 s^2 + \\ &+2Nn\Xi_2(2u+(1+u^2)\xi_2) - 2Nn\Xi_1\xi_1 s^2\Big\},\end{aligned} \tag{3.85}$$

$$\sigma_{+-} = \sigma_0 \frac{h^2 l_p}{4l_e}(1-\Xi_3)\left[1+u^2+2u\xi_2 + s^2\xi_3\right], \tag{3.86}$$

де $\Xi_\pm = 1 \pm \Xi_3$,

$$\sigma_0 = \frac{\alpha^2\pi}{m^2}\sqrt{\frac{m}{\delta\omega}}\left(\frac{m}{\Gamma}\right)^2 \frac{e^{-q_2} q_1^N q_2^{l^+ + n}}{s^2(1-\cos\chi)} \frac{l_e!/l_p!}{N(N!n!)^2}, \tag{3.87}$$

$$u = \cos\theta_1, \qquad s = \sin\theta_1, \tag{3.88}$$

$N = l_e - n$, великими літерами Ξ позначено параметри Стокса жорсткого фотону, малими літерами ξ – м’якого (резонансного) фотону, перший індекс в (3.83)-(3.86) позначає знак проекції спіну електрона, другий - позитрона.

Як легко бачити з формул (3.83)-(3.87), переріз є найбільшим за порядком величини для народження пари з проекціями спінів $s_{ez} = -1/2$, $s_{pz} = +1/2$. Даний спіновий стан відповідає мінімальній енергії магнітних

моментів частинок в магнітному полі. Зміна проекції спіну кожної частинки відповідно зменшує переріз на один порядок за малим параметром h.

Відмітимо сильну залежність перерізу від поляризації жорсткого фотону. Зокрема, для нормальної лінійної поляризації ($\Xi_3 = -1$) формула (3.83) дає $\sigma_{-+} = 0$. Зауважимо, однак, що для коректного порівняння перерізу σ_{-+} з іншими випадками необхідно проводити його розрахунок з поправками порядка h та h^2. У випадку лінійної поляризації фотонів вирази (3.83)-(3.87) симетричні відносно значення полярного кута $\theta_1 = \pi / 2$.

На рис. 3.7 зображено графіки залежності резонансного перерізу процесу народження $e^- e^+$ пари від напруженості магнітного поля.

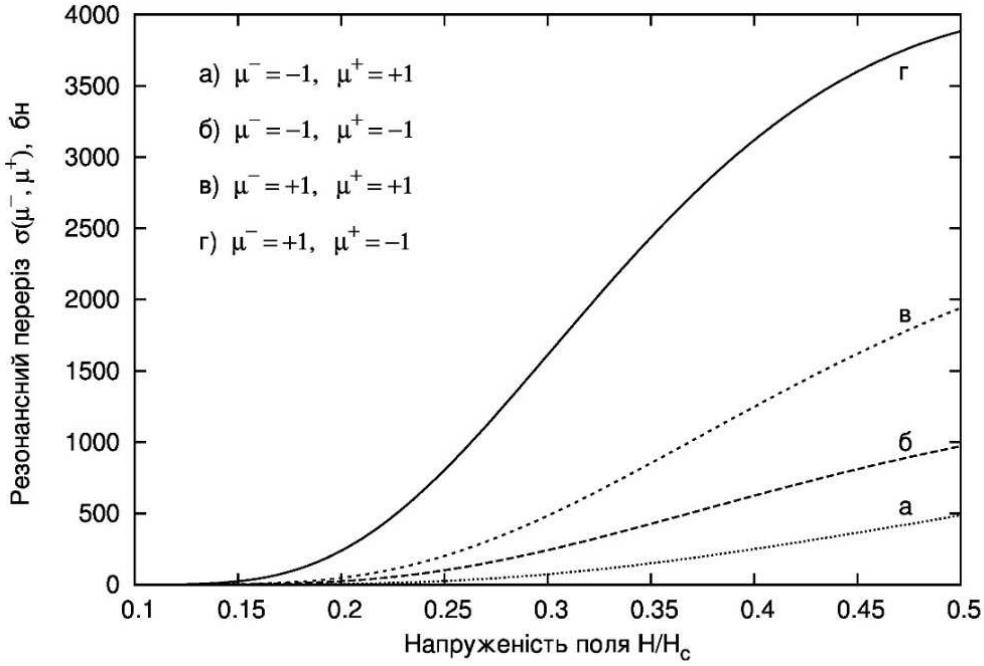

Рис. 3.7. Залежність перерізу народження пари на рівні Ландау $l_e = 2$, $l_p = 1$ від напруженості поля в одиницях критичного $H_c = 4.41 \cdot 10^{13}$ Гс. Фотони неполяризовані та мають енергії $\omega_1 = 2\omega_H$, $\delta\omega = \omega_H$.

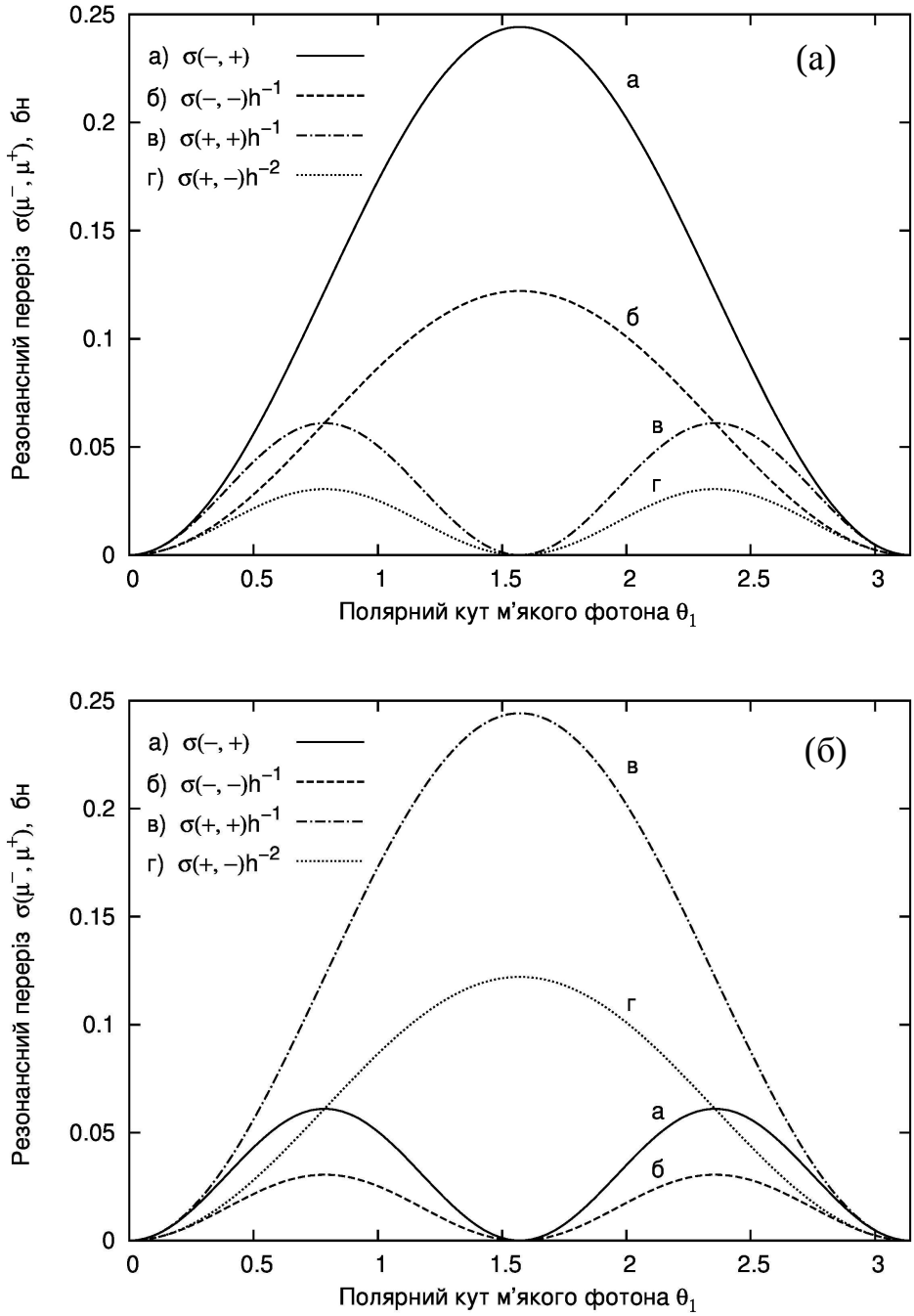

Рис. 3.8. Кутова залежність перерізу народження пари на рівні Ландау $l^- = 2$, $l^+ = 1$ для напруженості поля $h = 0.1$ та частот фотонів $\omega_1 = 2\omega_H$, $\delta\omega = \omega_H$. Жорсткий фотон неполяризований, поляризація м'якого фотона: (а) нормальна лінійна, $\xi_3 = -1$; (б) аномальна лінійна, $\xi_3 = +1$.

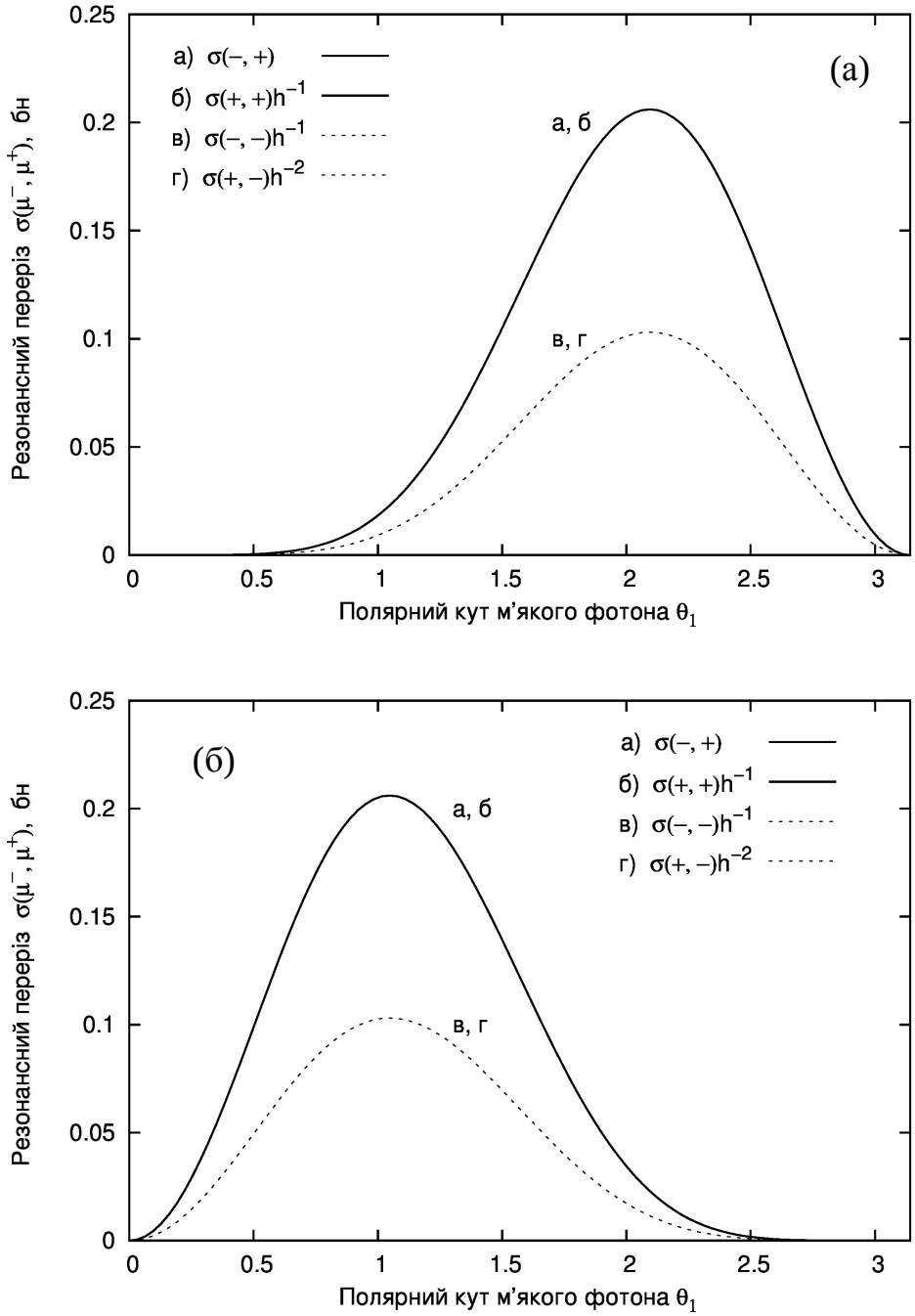

Рис. 3.9. Кутова залежність перерізу народження пари на рівні Ландау $l^- = 2$, $l^+ = 1$ для напруженості поля $h = 0.1$ та частот фотонів $\omega_1 = 2\omega_H$, $\delta\omega = \omega_H$. Неполяризований жорсткий фотон, циркулярна поляризація м'якого фотону: (а) $\xi_2 = -1$; (б) $\xi_2 = +1$.

У випадку лінійної поляризації фотонів вирази (3.83)-(3.87) симетричні відносно значення полярного кута $\theta_1 = \pi / 2$. На рис. 3.8–3.9 зображено графіки залежності резонансного перерізу досліджуваного процесу від полярного кута м'якого фотона для різних поляризацій.

3.4. Ефективність генерації $e^- e^+$ плазми в магнітосфері пульсару

Утворення електрон-позитронних пар фотонами в сильному магнітному полі є важливим елементом в моделях пульсарів, оскільки присутність в магнітосфері електрон-позитронної плазми вважається необхідною умовою генерації випромінювання пульсару. Вважається, що основним механізмом генерації такої плазми є однофотонний процес $\gamma \to e^- + e^+$, оскільки довжина вільного пробігу для двофотонного процесу зазвичай значно перевищує відповідну довжину для однофотонного.

Проте необхідно зазначити, що раніше не бралась до уваги можливість резонансного перебігу процесу другого порядку в зовнішньому магнітному полі. В резонансі переріз процесу значно зростає і його ефективність може бути порівняною з ефективністю однофотонного процесу. Таким чином, народження пари двома фотонами може зробити істотний внесок в генерацію плазми в магнітосфері пульсару.

Одержані вирази дозволяють провести оцінку можливої ролі розглядуваного процесу. Розглянемо основні процеси, котрі протікають в області генерації плазми. Згідно відомих моделей, біля поверхні нейтронної зірки присутні паралельні електричне та магнітне поля. Електричне поле прискорює первинні частинки атмосфери, які продовжують рухатися вздовж силових ліній магнітного поля і випромінюють гама-кванти з характерною енергією

$$E_\gamma \sim \frac{1}{R}\left(\frac{E}{m}\right)^3 \tag{3.89}$$

де R – радіус кривизни траєкторії. Механізм магнітодрейфового випромінювання цілком подібний до синхротронного випромінювання. Під час поширення гама-кванту у викривленому магнітному полі нейтронної зірки кут з силовою лінією поступово збільшується, доки не буде виконана умова народження пари. Вторинні частинки народжуються на ненульових рівнях Ландау і випромінювані ними синхрофотони здатні самі утворювати пари. В результаті виникає каскадне збільшення числа вторинних частинок (рис. 3.10).

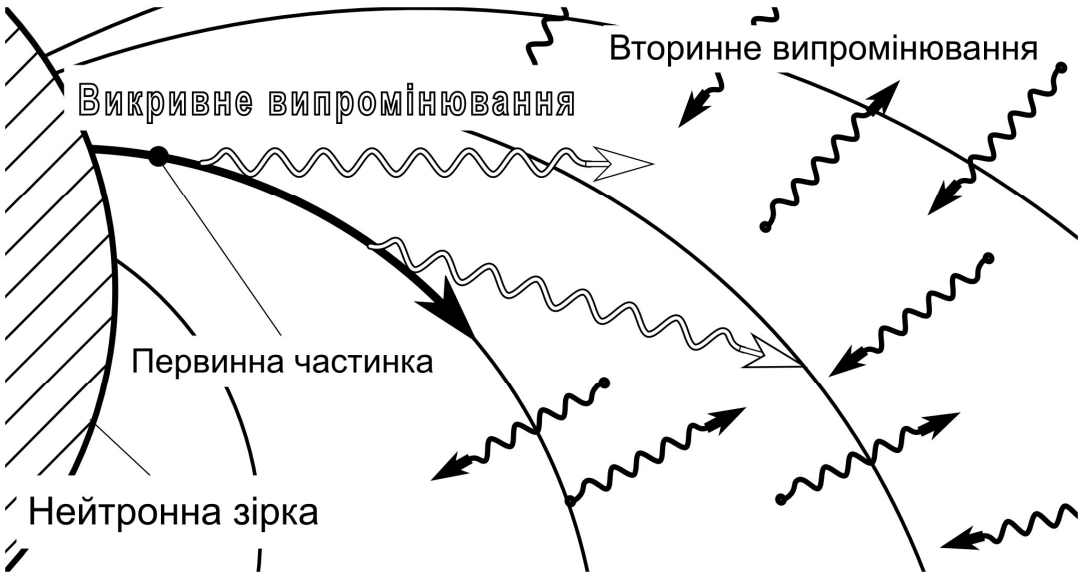

Рис. 3.10. Механізм генерації e^-e^+ плазми в магнітосфері пульсару. Жорсткі викривні (магнітодрейфові) фотони поширюються в магнітосфері, заповненій вторинним синхротронним випромінюванням.

Оцінимо кількість пар $\nu_{2\gamma}$, які утворюються в одиницю часу жорстким фотоном частотою $\omega_2 \approx 2m + \delta\omega$, що рухається в магнітосфері з

магнітним полем напруженістю h та концентрацією вторинних фотонів n_γ. Маємо:

$$\nu_{2\gamma} = n_\gamma \sigma \cdot (1 - \cos\chi), \tag{3.90}$$

де σ визначається підсумовуванням виразів за проекціями спінів частинок. Для зручності будемо вважати, що фотони неполяризовані, поширюються перпендикулярно магнітному полю, а вторинні мають частоту $\omega_1 = mh$. Номера рівнів Ландау вважатимемо рівними $l_e = 1$, $n = l_p = 0$. Тоді

$$\nu_{2\gamma} = n_\gamma \frac{\alpha^2 \pi h}{2m^2} e^{-\frac{2}{h}} \sqrt{\frac{m}{\delta\omega}} \left(\frac{m}{\Gamma}\right)^2 \tag{3.91}$$

Радіаційна ширина становить

$$\Gamma \approx \frac{2}{3} \alpha m h^2 . \tag{3.92}$$

Знайдемо кількість електрон-позитронних пар $\nu_{1\gamma}$, які утворюються в одиницю часу внаслідок процесу однофотонного народження. Згідно загальних правил, амплітуда процесу в першому порядку теорії збурень визначається формулою:

$$S_{fi} = -ie \int d^4x \overline{\Psi}_e A^\mu \gamma_\mu \Psi_p . \tag{3.93}$$

де $\Psi_{e,p}$ – розв’язки рівняння Дірака в зовнішньому магнітному полі, A^μ – хвильова функція фотону, γ_μ – матриці Дірака. На рис. 3.11а зображена

діаграма Фейнмана, яка відповідає амплітуді (3.93).

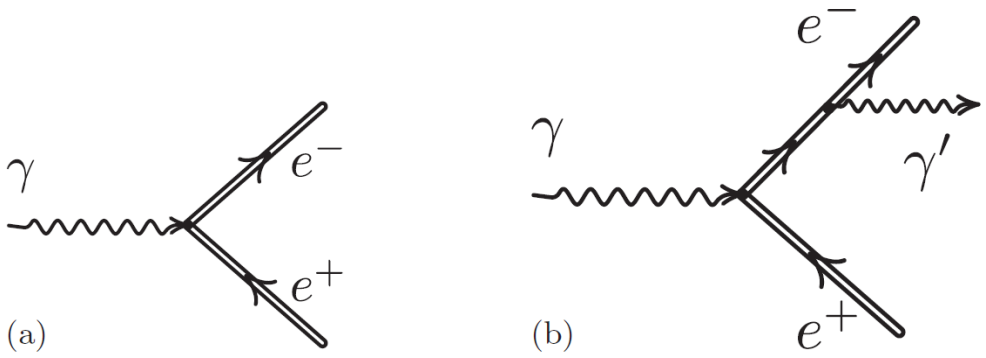

Рис. 3.11. Діаграми Фейнмана: а) процесу однофотонного народження електрон-позитронної пари в магнітному полі; б) процесу народження пари фотоном з випромінюванням.

Надалі будемо вважати, що виконується ультраквантове, або LLL-наближення (Lowest Landau Levels):

$$hl_{e,p} << 1, \qquad l_{e,p} \sim 1. \tag{3.94}$$

Підкреслимо, що ультраквантовий випадок вимагає наявності досить сильного магнітного поля. Для виконання умов (3.93) необхідне магнітне поле, що за порядком величини наближується до критичного. Такі поля спостерігаються поблизу пульсарів.

Крім того, візьмемо енергію фотона близькою до порога процесу:

$$\omega = \tilde{m}_e + \tilde{m}_p + \delta\omega, \qquad \delta\omega \sim mh. \tag{3.95}$$

Зважаючи на це, можемо знайти наближене значення імпульсу електрона:

$$p_{ez} = \pm\sqrt{m\delta\omega}. \tag{3.96}$$

Згідно стандартних правил квантової електродинаміки, ймовірність процесу має вигляд:

$$dW_{1\gamma} = \frac{|S_{fi}|^2}{t} \frac{Sd^2 p_e}{(2\pi)^2} \frac{Sd^2 p_p}{(2\pi)^2}, \tag{3.97}$$

де t – час, $d^2 p = dp_y dp_z$. Інтегрування в (3.97) по $d^2 p_p$ та dp_{ez} можна провести використовуючи властивості δ-фунуції, яка з'являється в амплітуді як наслідок законів збереження. Амплітуда (3.97) не залежить від p_{ey} і інтеграл по dp_{ey} дає додатковий множник p_{ey}. При цьому маємо нефізичний множник Sp_{ey}/V для усунення якого необхідно ідентифікувати довжину нормування $L = V/S$ з положенням центру орбіти електрона $x_0 = p_{ey}/m^2 h$.

Враховуючи вище наведене, можемо записати ймовірність процесу для довільно поляризованих частинок:

$$W_{1\gamma}^{++} = \alpha \frac{mh}{2} Y l_e (1 - \xi_3), \tag{3.98}$$

$$W_{1\gamma}^{--} = \alpha \frac{mh}{2} Y l_p (1 - \xi_3), \tag{3.99}$$

$$W_{1\gamma}^{-+} = \alpha m Y (1 + \xi_3), \tag{3.100}$$

$$W_{1\gamma}^{+-} = \alpha \frac{mh^4}{16} Y l_e l_p \left[(1 + \xi_3) + \frac{16\delta\omega}{mh^2} (1 - \xi_3) \right]. \tag{3.101}$$

Тут індекси позначають поляризації електрона і позитрона відповідно, ξ_3 – параметр Стокса, який визначає лінійну поляризацію фотона, $l_{e,p}$ – рівні Ландау електрона і позитрона,

$$Y = \frac{he^{-\eta}}{4\sqrt{\delta\omega/m}} \frac{\eta^{l_e+l_p}}{l_e!l_p!}, \tag{3.102}$$

$$\eta = \frac{k_x^2 + k_y^2}{2m^2 h} \approx \frac{2}{h}. \tag{3.103}$$

Вирази (3.98-3.101) містять у знаменнику відстройку від порога $\delta\omega$, яка прямує до нуля, при народженні пари з нульовими значеннями повздовжніх імпульсів, що призводить до появи розбіжностей. Слід зазначити, що значна увага було приділена поясненню фізичної природи цих розбіжностей, наприклад, в роботі [136], але на даний час немає повної ясності в розумінні цієї проблеми. Наявність особливостей може бути пов’язана з випромінюванням м’яких фотонів, які завжди супроводжують квантово-електродинамічні процеси. Це явище схоже на так звану “інфрачервону катастрофу”. Відомо, що інфрачервона розбіжність виникають остільки, теорія збурень стає некоректною для м’якого випромінювання фотонів.

Розбіжність при $\delta\omega \to 0$ зникає, якщо врахувати додатковий кінцевий фотон (рис. 3.11б). Однак, ймовірність такого процесу обернено пропорційна частоті кінцевого фотона $W \sim 1/\omega'$ і маємо розбіжність, коли енергія кінцевого фотона прямує до нуля.

Сумарна ймовірність народження пари на довільних рівнях Ландау дається формулою

$$W_{1\gamma}^{\mu^+\mu^-} = \sum_{l_e, l_p} W_{1\gamma}^{\mu^+\mu^-}. \tag{3.104}$$

Як бачимо, в залежності від поляризації народжених частинок значення імовірності процесу має різний порядок величини і визначається

степенем малого параметру h. Найбільшою є імовірність процесу народження пари в енергетично вигідний стан, в якому $\mu^{+}=1$, $\mu^{-}=-1$. За умови $h=0.1$ вона на порядок перевищує інші, тому сумарна ймовірність фотонародження з довільними значеннями проекцій спінів частинок визначається саме цим доданком:

$$W_{1\gamma}=\alpha mY\left(1+\xi_3\right). \tag{3.105}$$

Усереднимо цей вираз по поляризації початкового фотону. Поляризація фотона описується квантовим числом λ, яке приймає значення $\lambda=\pm 1$. Зміна значення числа відповідає зміні знаку параметрів Стокса. Таким чином знайдемо:

$$<W_{1\gamma}>=\frac{1}{2}\left(W_{1\gamma}\left(+\xi_3\right)+W_{1\gamma}\left(-\xi_3\right)\right)=\alpha mY. \tag{3.106}$$

Тоді величина $\nu_{1\gamma}$ для однофотонного процесу буде визначатися:

$$\nu_{1\gamma}=W_{1\gamma}. \tag{3.107}$$

Приймаючи для оцінки $\delta\omega\sim mh$ та порівнюючи вирази (3.107) і (3.91), знаходимо, що двофотонний процес домінує, коли концентрація вторинних фотонів в магнітосфері перевищує критичне значення

$$n_{\gamma c}=\frac{2}{9\pi}\frac{\alpha h^4}{\lambda\!\!\!^{-}_c{}^3}, \tag{3.94}$$

де $\lambda\!\!\!^{-}_c$ – комптонівська довжина хвилі електрона. В магнітному полі напруженістю $h=0.1$ критична концентрація складає $n_{\gamma c}\sim 10^{24}$ см$^{-3}$.

Зазначимо, що дане значення критичної концентрації та її сильна залежність від напруженості поля узгоджуються з чисельними розрахунками попереднії робіт.

3.5. Висновки до розділу 3

Уданому розділі розглянуто процес народження електрон-позитронної пари в сильному магнітному полі двома фотонами для довільної поляризації частинок та отримані такі результати:

1. Одержано загальну амплітуду ймовірності процесу для довільної напруженості магнітного поля та проаналізовано кінематику процесу. Знайдено вирази для імпульсів народжених частинок і визначено порогову енергію фотонів для народження пари на довільні рівні Ландау.
2. Знайдено резонансні частоти фотонів, коли віртуальна частинка знаходиться на масовій поверхні. В резонансі енергія одного з фотонів перевищує поріг однофотонного народження пари, а частота іншого кратна циклотронній.
3. Показано, що резонансні умови не можуть бути виконані для обох діаграм, якщо кінетична енергія однієї з народжених частинок менша від енергії кожного з фотонів.
4. Одержано вирази для резонансного перерізу процесу з поляризованими частинками в ультраквантовому наближенні. Переріз максимальний для додатних проекцій магнітних моментів електрона та позитрона та аномальної лінійної поляризації жорсткого фотону.
5. Показано, що в магнітосфері пульсару резонансний процес двофотонного народження пари може конкурувати з процесом першого порядку при концентрації циклотронних фотонів $n_{\gamma c} \sim 10^{24}$ см$^{-3}$.

РОЗДІЛ 4

ВТРАТИ ЕНЕРГІЇ АНТИПРОТОНА В ЕЛЕКТРОННОМУ ГАЗІ З УРАХУВАННЯМ ДРУГОГО БОРНІВСЬКОГО НАБЛИЖЕННЯ

Актуальність даної задачі пов’язана з методом електронного охолодження, який успішно застосовується на сучасних прискорювачах заряджених частинок для зменшення емітансу пучка. Для опису цього методу використовують метод парних зіткнень та діелектричну модель, але вони мають ряд недоліків: вводяться феноменологічні параметри, втрати енергії не залежать від знаку заряду налітаючої частинки. Альтернативою цим методам є квантово-польовий підхід.

Вперше методи квантової теорії поля були застосовані в задачі взаємодії зарядженої частинки з електронним газом в роботах [128, 129]. В [128] було досліджено процес проходження зарядженої частинки крізь низькотемпературну електронну плазму без магнітного поля. У цій роботі автор обмежився використанням першого борнівського наближення для розрахунку втрат енергії зарядженої частинки. При цьому були враховані як далекі так і близькі зіткнення з електронним газом. Також у роботі [129] даний процес був досліджений у присутності магнітного поля. В цих роботах було продемонстровано, що квантово-польовий підхід дає можливість цілісно описувати процес гальмування зарядженої частинки в електронному газі та показано, що в даному підході не потрібно вводити таких феноменологічних параметрів як максимальний та мінімальний прицільні параметри (кулонівський логарифм).

Відмітимо, що квантово-польовий підхід вперше був розроблений у фізиці твердого тіла [130-132]. Але він застосовувався для опису гальмівної здатності виродженого електронного газу, тобто усереднення

проводилося по основному стану електронного газу (газ розглядався при нульовій температурі).

В даному розділі використовується квантово-польовий підхід для опису проходження антипротона крізь електронний газ. Знайдено втрати енергії зарядженої частинки в LW-наближенні (Large Wavenumbers). Отримано загальний вираз для ймовірності процесу з врахуванням другого борнівського наближення, при цьому було застосовано тричастинкову функцію Гріна. Показано, що вираз для втрат енергії у цьому випадку враховує залежність від знаку заряду налітаючої частинки. Знайдено поправку до ймовірності процесу в LW-наближенні в інтегральному вигляді. Зроблені оцінки ймовірності та втрат енергії антипротона, які суттєво менші за основні доданки.

4.1. Втрати енергії зарядженої частинки в електронному газі в рамках першого борнівського наближення

Розглянемо систему взаємодіючих електронів та зовнішню частинку, яка проходить крізь електронний газ. Гамільтоніан системи має вигляд:

$$H = H_0 + H_1 = \sum \varepsilon_{\vec{p}} a^+_{\vec{p}} a_{\vec{p}} + \frac{1}{2} \sum V_{\vec{k}} a^+_{\vec{p}} a^+_{\vec{p}'} a_{\vec{p}'-\vec{k}} a_{\vec{p}+\vec{k}}, \tag{4.1}$$

а гамільтоніан взаємодії зовнішньої частинки з системою електронів можна записати так:

$$H_i = \sum V_{\vec{k}} a^+_{\vec{p}} \alpha^+_{\vec{p}_1-\vec{k}} \alpha_{\vec{p}_1} a_{\vec{p}-\vec{k}}, \tag{4.2}$$

де $a^{+}_{\vec{p}}, a_{\vec{p}}$ – оператори народження та знищення електрона з імпульсом $\vec{p}$, $V_{\vec{k}}$ – Фур'є компонента потенціалу взаємодії, $\alpha^{+}_{\vec{p}}, \alpha_{\vec{p}}$ – оператори народження та знищення зовнішньої частинки з імпульсом $\vec{p}$.

Зовнішню частинку будемо вважати достатньо швидкою, щоб виконувалася умова $qe/\hbar\upsilon << 1$, де q – заряд налітаючої частинки (в подальшому будемо використовувати атомну систему одиниць, в якій $m = e = \hbar = 1$). Тоді ймовірність переходу зовнішньої частинки зі стану з імпульсом $\vec{p}_1$ у стан з імпульсом $\vec{p}_1 - \vec{k}$, а електронного газу – зі стану з енергією E_n у стан E_m, визначається в першому борнівському наближенні добре відомим виразом з квантової механіки [133]:

$$w_{\vec{k}} = 2\pi \left| \left\langle m, \vec{p}_1 - \vec{k} \middle| H_i \middle| n, \vec{p}_1 \right\rangle \right|^2 \delta\left(E_m - E_n - \omega\right), \tag{4.3}$$

де $\omega = \varepsilon_{\vec{p}_1} - \varepsilon_{\vec{p}_1 - \vec{k}}$, а матричний елемент можна записати у вигляді:

$$\left\langle m, \vec{p}_1 - \vec{k} \middle| H_i \middle| n, \vec{p}_1 \right\rangle = V_{\vec{k}} \left(\sum\nolimits_{\vec{p}} a^{+}_{\vec{p}} a_{\vec{p}-\vec{k}} \right)_{mn}. \tag{4.4}$$

Після проведення процедури усереднення по початковим станам системи електронів та взявши суму по кінцевим станам, повна ймовірність даного процесу має таки вигляд:

$$W_{\vec{k}} = 2\pi V^2_{\vec{k}} \Phi\left(\vec{k}, \omega\right). \tag{4.5}$$

Тут введено позначення:

$$\Phi\left(\vec{k},\omega\right)=\sum_{mn}\rho_n\left|\left(\sum_{\vec{p}}a_{\vec{p}}^{+}a_{\vec{p}-\vec{k}}\right)_{mn}\right|^2\delta\left(E_m-E_n-\omega\right), \tag{4.6}$$

де $\rho=e^{\beta(\Omega+\mu N-H)}$, $\beta=1/kT$.

Для знаходження функції (4.6) використаємо корельовану двочастинкову функцію Гріна:

$$K\left(1,2\right)=i\Theta\left(t\right)Sp\left\{\rho\left[\psi_1^{+}\psi_1\psi_2^{+}\psi_2-\psi_1^{+}\psi_1\psi_2^{+}\psi_2\right]\right\}, \tag{4.7}$$

де $\Theta\left(t\right)$ – функція Хевісайда, $1=\left(\vec{r}_1,t_1\right)$, $2=\left(\vec{r}_2,t_2\right)$, $t=t_1-t_2$, також польові оператори мають вигляд:

$$\begin{aligned}\psi\left(\vec{r},t\right)&=e^{iHt}\sum_{\vec{p}}a_{\vec{p}}e^{i\vec{p}\vec{r}}e^{-iHt},\\ \psi^{+}\left(\vec{r},t\right)&=e^{iHt}\sum_{\vec{p}}a_{\vec{p}}^{+}e^{-i\vec{p}\vec{r}}e^{-iHt}.\end{aligned} \tag{4.8}$$

Після проведення перетворення Фур’є функції Гріна (4.7) по змінним $\vec{r}_1-\vec{r}_2$ та $t=t_1-t_2$ можна отримати зв’язок функції (4.6) та функції Гріна (4.7):

$$\Phi\left(\vec{k},\omega\right)=\frac{\mathrm{ImK}\left(\vec{k},\omega\right)}{\pi\left(1-e^{-\beta\omega}\right)}. \tag{4.9}$$

Функцію Гріна знайдемо використовуючи прийом Матцубари та діаграмну техніку Фейнмана. На рис. 4.1 схематично показано нескінчена сума діаграм Фейнмана для двочастинокової функції Гріна (рівняння Дайсона).

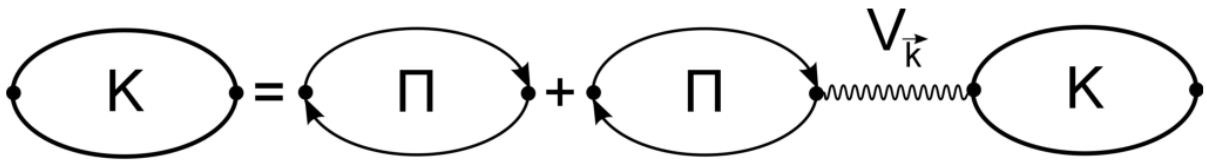

Рис. 4.1. Діаграма Фейнмана для двочастинкової функції Гріна.

Відповідно до рівняння Дайсона, яке схематично зображене на рис. 4.1, функцію Гріна запишемо у вигляді:

$$K\left(\vec{k},\omega\right)=\frac{\Pi\left(\vec{k},\omega\right)}{1+V_{\vec{k}}\Pi\left(\vec{k},\omega\right)}, \tag{4.10}$$

де $\Pi\left(\vec{k},\omega\right)$ – поляризаційний оператор електронного газу.

Після врахування формул (4.9) та (4.10), вираз для ймовірності процесу (4.5) перепишемо так:

$$W_{\vec{k}}=\frac{2V_{\vec{k}}^{2}}{1-\mathrm{e}^{-\beta\omega}}\mathrm{Im}\frac{\Pi\left(\vec{k},\omega\right)}{1-V_{\vec{k}}\Pi\left(\vec{k},\omega\right)}. \tag{4.11}$$

Для параметрів електронного пучка, який використовується у методі електронного охолодження достатньо враховувати однопетльове наближення для поляризаційного оператора (наближення хаотичних фаз). Тоді поляризаційний оператор має вигляд:

$$\Pi\left(\vec{k},\omega\right)=-\int\frac{d^{3}p}{\left(2\pi\right)^{3}}\frac{n_{\vec{p}}-n_{\vec{p}-\vec{k}}}{\varepsilon_{\vec{p}}-\varepsilon_{\vec{p}-\vec{k}}-\omega-i0}, \tag{4.12}$$

де $n_{\vec{p}}$ – функція розподілу Фермі-Дірака.

Будемо розглядати рух зарядженої частинки вздовж осі Oz, тобто швидкість частинки $\vec{V} = (0,0,V)$. Втрати енергії частинки при проходженні крізь електронний газ визначаються формулою:

$$-\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{(2\pi)^3}\int d^3k\left(\varepsilon_{\vec{p}_1} - \varepsilon_{\vec{p}_1-\vec{k}}\right)W_{\vec{k}}. \tag{4.13}$$

При цьому розділимо область інтегрування на область близьких та далеких зіткнень. Для цього введемо допоміжний хвильовий вектор $\vec{k}_{tr}$, який виберемо так, щоб $1/\beta << k_{tr}^2 << r_D^{-2}$ [128, 129], де r_D – радіус Дебая.

Для області великих переданих імпульсів, коли $k > k_{tr}$, справедливе співвідношення для ймовірності процесу:

$$W_{\vec{k}} = \frac{2V_{\vec{k}}^2}{1-\mathrm{e}^{-\beta\omega}}\operatorname{Im}\Pi\left(\vec{k},\omega\right). \tag{4.14}$$

Підставляючи вираз (4.14) в (4.13) та проводячи інтегрування по d^3k можемо записати:

$$-\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\omega_{pe}^2 q^2}{V}\ln\frac{2V}{k_{tr}}. \tag{4.15}$$

У випадку малих переданих імпульсів ($k < k_{tr}$), співвідношення (4.14) не виконується і крім уявної частини поляризаційного оператора необхідно враховувати також і дійсну, тобто враховувати колективні ефекти. Тоді

можна знайти втрати енергії зарядженої частинки при далеких зіткненнях у такому вигляді:

$$-\frac{d\varepsilon}{dt}=\frac{\omega_{pe}^2 q^2}{V}\ln\frac{Vk_{tr}}{\omega_{pe}}. \tag{4.16}$$

Після проведення процедури зшивки, вираз для втрат енергії зарядженої частинки як в області близьких так і далеких зіткнень має вигляд:

$$-\frac{d\varepsilon}{dt}=\frac{\omega_{pe}^2 q^2}{V}\ln\frac{2mV^2}{\hbar\omega_{pe}}. \tag{4.17}$$

Формула (4.17) вперше була отримана в роботі [128]. Як видно з (4.17) вираз для втрат енергії не містить феноменологічних параметрів як у випадку теорії парних зіткнень та в методі фізики плазми (діелектрична модель). Також слід підкреслити, що втрати енергії не залежать від знаку заряду зовнішньої частинки, що пов’язано з врахуванням лише першого борнівського наближення.

4.2. Поляризаційний оператор та електрична сприйнятливість замагніченого електронного газу

Як видно з виразів для ймовірності процесу проходження зарядженої частинки крізь електронний газ в першому борнівському наближенні, суттєву роль відіграє поляризаційний оператор (електрична сприйнятливість), який визначає властивості середовища, в якому рухається частинка. В методі електронного охолодження пучок електронів

має анізотропний розподіл за швидкостями, за рахунок прискорення (теорема Ліувіля). Тому важливим питанням є визначення електричної сприйнятливості замагніченого електронного газу. У цьому параграфі розглянемо більш детально електричну сприйнятливість електронного газу у присутності зовнішнього однорідного магнітного поля.

В рамках квантово-польового підходу електрична сприйнятливість визначається:

$$\chi\left(\vec{k},\omega\right)=-\frac{\Pi\left(\vec{k},\omega\right)}{k^2}, \tag{4.18}$$

де $\Pi\left(\vec{k},\omega\right)$ – поляризаційний оператор, для розрахунку якого використовується діаграмна техніка і в однопетльовому наближенні має такий вигляд:

$$P\left(\vec{r}-\vec{r}',ik_0\right)=\frac{2e^2}{\beta}\sum_{p_0}G\left(\vec{r},\vec{r}',p_0\right)G\left(\vec{r}',\vec{r},p_0-k_0\right), \tag{4.19}$$

де $ip_0=\frac{2n+1}{\beta}\pi$, $n=0,\pm1,...$, $G\left(\vec{r},\vec{r}',p_0\right)$ – функція Гріна електрона в магнітному полі і вона має вигляд:

$$G\left(\vec{r},\vec{r}',p_0\right)=\sum_{\alpha}\Psi_{\alpha}\left(\vec{r}\right)\frac{1}{\varepsilon_{\alpha}-p_0}\Psi_{\alpha}^{*}\left(\vec{r}'\right), \tag{4.20}$$

де

$$\varepsilon_{\alpha}\equiv\varepsilon_{\nu,p_z}=\hbar\eta\left(\nu+\frac{1}{2}\right)+\frac{p_z^2}{2m}, \tag{4.21}$$

$\eta = eH/mc$ – циклотронна частота, ν – номер рівня Ландау, p_z – повздовжня проекція імпульсу, $\Psi_\alpha(\vec{r})$ – хвильова функція електрона в магнітному полі.

За результатами роботи Ахієзера [129] електрична сприйнятливість магнітоактивної плазми визначається:

$$\chi\left(\omega,\vec{k}\right) = -\frac{2e^2 m\eta}{\left(2\pi\hbar\right)^2}\frac{1}{k^2}\sum_{\nu,\nu'}\Lambda_{\nu\nu'}\left(\frac{k_\perp\hbar}{\sqrt{2m\eta\hbar}}\right)\int_{-\infty}^{\infty} dp_z \frac{n_{\nu,p_z} - n_{\nu',p_z-\hbar k_z}}{\varepsilon_{\nu,p_z} - \varepsilon_{\nu',p_z-\hbar k_z} - \hbar\omega}, \quad (4.22)$$

де $k_\perp = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$. У формулі (4.22) функція $\Lambda_{\nu\nu'}$ має такий вигляд:

$$\Lambda_{\nu\nu'}(a) = \int_0^\infty ds J_0\left(2\sqrt{as}\right) L_\nu(s) L_{\nu'}(s) e^{-s}, \quad (4.23)$$

де $a = \left(\hbar k_\perp\right)^2 / 2m\hbar\eta$, $J_0\left(2\sqrt{as}\right)$ – функція Беселя нульового порядку, $L_\nu(s)$ – поліном Лагера. За параметром a можна виділити два граничних випадки: $a >> 1$ – слабке магнітне поле, $a << 1$ – сильне магнітне поле.

Розглянемо електронний газ з анізотропним за температурою розподілом, який знаходиться в зовнішньому постійному однорідному магнітному полі ($\vec{B} \parallel Oz$). Для проведення необхідних оцінок використаємо параметри характерні для електронного пучка, яким охолоджують пучки заряджених частинок, зокрема, для HESR ($N = 3\cdot 10^7 cm^{-3}$, $\omega_p = 3\cdot 10^8 c^{-1}$, $\eta = 3{,}5\cdot 10^{10} c^{-1}$, $T_\perp = 1eB$, $T_\parallel = 0.01eB$) [126, 127].

Перехід до анізотропного розподілу за температурою здійснюється за таким правилом:

$$\frac{\varepsilon}{T} \to \frac{\varepsilon_{\parallel}}{T_{\parallel}} + \frac{\varepsilon_{\perp}}{T_{\perp}}, \tag{4.24}$$

де ε – енергія електрона, $\varepsilon_{\parallel,\perp}$ – повздовжня та поперечна енергії електрона відносно напрямку силових ліній магнітного поля. Тоді розподіл електронів за швидкостями з врахуванням (4.21) може бути записаний у вигляді:

$$n_{\nu,p_z} = e^{-\frac{\varepsilon}{T}} = e^{-\frac{\hbar\eta}{T_{\perp}}\left(\nu+\frac{1}{2}\right)} e^{-\frac{p_z^2}{2mT_{\parallel}}}, \quad n_{\nu',p_z-\hbar k_z} = e^{-\frac{\hbar\eta}{T_{\perp}}\left(\nu'+\frac{1}{2}\right)} e^{-\frac{(p_z-\hbar k_z)^2}{2mT_{\parallel}}}. \tag{4.25}$$

Інтеграл по імпульсу в формулі (4.22) визначається так:

$$\int_{-\infty}^{\infty} dp_z \frac{n_{\nu,p_z} - n_{\nu',p_z-\hbar k_z}}{\varepsilon_{\nu,p_z} - \varepsilon_{\nu',p_z-\hbar k_z} - \hbar\omega} = \frac{e^{-\frac{\hbar\eta}{T_{\perp}}\left(\nu'+\frac{1}{2}\right)}}{\hbar\left[\eta(\nu-\nu')-\omega\right]} \sqrt{2\pi m T_{\parallel}} \left(I_1 - e^{\frac{\hbar\eta}{T_{\perp}}(\nu-\nu')} I_2 \right), \tag{4.26}$$

де $I_{1,2} = \frac{1}{\sqrt{2\pi m T_{\parallel}}} \int_{-\infty}^{\infty} dp_z \frac{e^{-\frac{p_z^2}{2mT_{\parallel}}}}{1-\varsigma_{1,2}(p_z)}$, $\varsigma_{1,2} \equiv \frac{2k_z p_z \mp \hbar k_z^2}{2m\left[\omega - \eta(\nu-\nu')\right]}$.

У випадку сильного магнітного поля ($a \ll 1$) виконуються співвідношення $\varsigma_{1,2} \ll 1$. Проводячи розвинення в ряд підінтегральні вирази в $I_{1,2}$ по ς з точністю до ς^3, що дає можливість врахувати температуру в лінійному наближенні маємо:

$$I_{1,2} \approx 1 \mp \frac{\hbar k_z^2}{2m\left[\omega + \eta\left(\nu' - \nu\right)\right]} + \frac{4mk_z^2 T_{\parallel} + \hbar^2 k_z^4}{4m^2\left[\omega + \eta\left(\nu' - \nu\right)\right]^2} \mp$$
$$\mp \frac{12m\hbar k_z^4 T_{\parallel} + \hbar^3 k_z^6}{8m^3\left[\omega + \eta\left(\nu' - \nu\right)\right]^3}. \tag{4.27}$$

Враховуючи вище наведені співвідношення (4.22)-(4.27) електрична сприйнятливість має вигляд:

$$\chi\left(\omega, \vec{k}\right) = -\frac{2e^2 m\eta}{\left(2\pi\hbar\right)^2 k^2}\sqrt{2\pi m T_{\parallel}} \times$$
$$\times \sum_{\nu,\nu'} \Lambda_{\nu\nu'}\left(a\right) e^{-\delta(2\nu+1)} \frac{I_1 - e^{\frac{\hbar\eta}{T_{\perp}}(\nu-\nu')} I_2}{\hbar\left[\omega + \eta\left(\nu' - \nu\right)\right]}, \tag{4.28}$$

де $\delta = \hbar\eta / 2T_{\perp}$.

Оскільки вираз $\frac{I_1 - e^{\frac{\hbar\eta}{T_{\perp}}(\nu-\nu')} I_2}{\hbar\left[\omega + \eta\left(\nu' - \nu\right)\right]}$ в (4.28) залежить лише від різниці $\left(\nu' - \nu\right)$, тому його можна винести за знак суми по ν. Далі знайдемо суму:

$$\sum_{\nu} e^{-\delta(2\nu+1)} \Lambda_{\nu\nu'}\left(a\right). \tag{4.29}$$

В сильному магнітному полі a мала величина. Знайдемо асимптоту функції $\Lambda_{\nu\nu'}\left(a\right)$ при $a << 1$. Для цього розвинемо функцію Беселя $J_0\left(2\sqrt{as}\right)$ в ряд Тейлора по a:

$$J_0\left(2\sqrt{as}\right)=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k}{(k!)^2}a^k s^k\,. \tag{4.30}$$

Тоді підставляючи (4.30) в (4.23) отримаємо

$$\Lambda_{\nu\nu'}(a)=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k}{(k!)^2}a^k\int_0^{\infty}dss^k L_\nu(s)L_{\nu'}(s)e^{-s}=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k}{(k!)^2}a^k\lambda_{\nu\nu'}^{(k)}, \tag{4.31}$$

де $\lambda_{\nu\nu'}^{(k)}=\int_0^{\infty}dss^k L_\nu(s)L_{\nu'}(s)e^{-s}$. Для врахування температури електронів в лінійному наближенні розвинемо $\Lambda_{\nu,\nu'}(a)$ з точністю до a^2, тоді

$$\Lambda_{\nu\nu'}(a)\approx\lambda_{\nu\nu'}^{(0)}-a\lambda_{\nu\nu'}^{(1)}+\frac{a^2}{4}\lambda_{\nu\nu'}^{(2)}. \tag{4.32}$$

В роботі [129] не враховували температуру електронів, тому функція (4.32) була розвинута лише з точністю до a:

$$\Lambda_{\nu\nu'}(a)\approx\lambda_{\nu\nu'}^{(0)}-a\lambda_{\nu\nu'}^{(1)}. \tag{4.33}$$

Для обчислення інтегралів $\lambda_{\nu\nu'}^{(0)}$, $\lambda_{\nu\nu'}^{(1)}$, $\lambda_{\nu\nu'}^{(2)}$ в (4.32) скористаємося рекурентними співвідношення між поліномами Лагера:

$$\begin{aligned}
&sL_\nu(s)=-(\nu+1)L_{\nu+1}(s)+(2\nu+1)L_\nu(s)-\nu L_{\nu-1}(s),\\
&s^2L_\nu(s)=(\nu+1)(\nu+2)L_{\nu+2}(s)-4(\nu+1)^2L_{\nu+1}(s)+\\
&+2\left(3\nu^2+3\nu+1\right)L_\nu(s)-4\nu^2L_{\nu-1}(s)+\nu(\nu-1)L_{\nu-2}(s).
\end{aligned} \tag{4.34}$$

Після врахування (4.34) остаточно маємо

$$\lambda_{\nu\nu'}^{(0)} = \int_0^\infty dse^{-s} L_\nu(s) L_{\nu'}(s) = \delta_{\nu\nu'},\ \lambda_{\nu\nu'}^{(1)} = -(\nu+1)\delta_{\nu+1,\nu'} + (2\nu+1)\delta_{\nu,\nu'} - \nu\delta_{\nu-1,\nu'},$$

$$\lambda_{\nu\nu'}^{(2)} = (\nu+1)(\nu+2)\delta_{\nu+2,\nu'} - 4(\nu+1)^2\delta_{\nu+1,\nu'} + 2(3\nu^2+3\nu+1)\delta_{\nu,\nu'} - \\ -4\nu^2\delta_{\nu-1,\nu'} + \nu(\nu-1)\delta_{\nu-2,\nu'}.$$

У випадку $a >> 1$ (слабке магнітне поле):

$$\Lambda_{\nu\nu'}(a) = \frac{m\eta}{\pi\Delta}, \tag{4.35}$$

де Δ – площа трикутника, який побудований з відрізків $k_\perp, p_\perp, p'_\perp$, $p_\perp^2 = 2m\hbar\eta\left(\nu + \frac{1}{2}\right)$, $p_\perp'^2 = 2m\hbar\eta\left(\nu' + \frac{1}{2}\right)$.

Функція $\Lambda_{\nu\nu'}(a)$ та її наближення ($a >> 1$, $a << 1$) зображенні на рис. 4.2.

Підставляючи (4.32) в суму (4.29) та проводячи певні математичні перетворення (4.29) матиме вигляд:

$$\sum_\nu e^{-\delta(2\nu+1)}\Lambda_{\nu\nu'}(a) = \frac{1}{2sh\delta}\left\{\delta_{\nu\nu'} + \frac{a^2}{2sh\delta}\left[e^\delta\delta_{\nu+1,\nu'} - 2\delta_{\nu,\nu'}ch\delta + e^{-\delta}\delta_{\nu-1,\nu'}\right] + \right. \\ + \frac{a^4}{4sh^2\delta}\left[\frac{e^{2\delta}}{2}\delta_{\nu+2,\nu'} - 2e^\delta\delta_{\nu+1,\nu'}ch\delta + \left(3e^{-\delta}ch\delta + 3sh\delta e^{-\delta} + 2sh^2\delta\right)\delta_{\nu,\nu'} - \right. \tag{4.36} \\ \left.\left. -2e^{-\delta}\delta_{\nu-1,\nu'}ch\delta + \frac{e^{-2\delta}}{2}\delta_{\nu-2,\nu'}\right]\right\}.$$

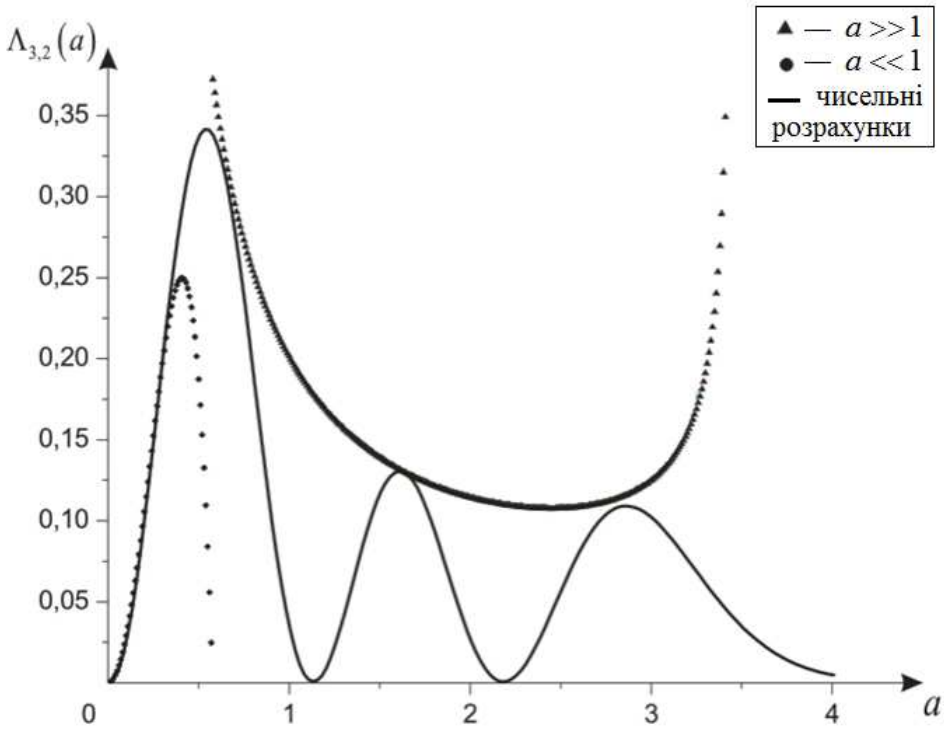

Рис. 4.2. Функція $\Lambda_{\nu\nu'}(a)$, її асимптота при $a << 1$ та наближення при $a >> 1$ [129] для номерів рівнів Ландау $\nu = 3$ та $\nu' = 2$.

Взявши далі суму по ν' в (4.28) та врахувавши, що для характерних параметрів електронного охолодження $\delta \sim 10^{-5}$, електрична сприйнятливість має такий остаточний вигляд:

$$\chi\left(\omega,\vec{k},T\right) = \chi\left(\omega,\vec{k},0\right) + AT_{\parallel} + BT_{\perp} + C\,, \tag{4.37}$$

де

$$\chi\left(\omega,\vec{k},0\right) = -\frac{\omega_{pe}^2}{k^2}\left(\frac{k_z^2}{\omega^2} + \frac{k_\perp^2}{\omega^2 - \eta^2}\right),\ A = -\frac{\omega_{pe}^2}{k^2}\frac{k_z^2}{m}\left(\frac{3k_z^2}{\omega^4} + k_\perp^2\frac{3\omega^2 + \eta^2}{\left(\omega^2 - \eta^2\right)^3}\right),$$

$$B = -\frac{\omega_{pe}^2}{k^2}\frac{k_\perp^2}{m}\left(\frac{3k_\perp^2}{\left(\omega^2 - 4\eta^2\right)\left(\omega^2 - \eta^2\right)} + \frac{k_z^2}{\omega^2}\frac{3\omega^2 - \eta^2}{\left(\omega^2 - \eta^2\right)^2}\right),$$

$$C=-\frac{\omega_{pe}^2}{k^2}\left(\frac{3\hbar k_\perp^4 k_z^2 T_\perp}{8m^2\omega^2\eta^3}+\frac{\hbar^2 k_\perp^4 k_z^2}{8m^2\omega^2\eta^2}+\frac{\hbar^2 k_z^6}{4m^2\omega^4}+\frac{\hbar^2 k_\perp^2 k_z^4}{4m^2}\frac{3\omega^2+\eta^2}{\left(\omega^2-\eta^2\right)^3}\right).$$

Для перевірки одержаного виразу (4.37) розглянемо квазікласичний випадок ($\hbar\to 0$) ізотропної електронної плазми ($T=T_\parallel=T_\perp$), яка знаходиться в постійному однорідному магнітному полі. Тоді сприйнятливість з (4.37) визначається:

$$\chi=-\frac{\omega_{pe}^2}{k^2}\left\{\frac{k_z^2}{\omega^2}+\frac{k_\perp^2}{\left(\omega^2-\eta^2\right)}+\frac{T}{m}\left[\frac{3k_z^4}{\omega^4}+k_\perp^2 k_z^2\frac{6\omega^4-3\omega^2\eta^2+\eta^4}{\omega^2\left(\omega^2-\eta^2\right)^3}+\frac{3k_\perp^4}{\left(\omega^2-4\eta^2\right)\left(\omega^2-\eta^2\right)}\right]\right\}. \tag{4.38}$$

Порівняємо (4.38) з формулами класичної електродинаміки плазми. З фізики плазми добре відома формула для визначення електричної сприйнятливості магнітоактивної електронної плазми:

$$\chi\left(\omega,\vec{k}\right)=\frac{\omega_{pe}^2}{k^2\upsilon_{Te}^2}\left(1-\sum_n\frac{\omega}{\omega-n\eta}A_n\left(z\right)F\left(\beta_n\right)\right), \tag{4.39}$$

де $A_n\left(z\right)=e^{-z}I_n\left(z\right)$, $z\equiv\frac{k_\perp^2\upsilon_{Te}^2}{\eta^2}$, $\beta_n\equiv\frac{\omega-n\eta}{\sqrt{2}k_z\upsilon_{Te}}$, ω_{pe} – плазмова частота електронів, υ_{Te} – теплова швидкість електронів, $I_n\left(z\right)$ – функція Беселя від уявного аргументу, $F\left(\beta_n\right)$ – дисперсійна функція плазми.

У випадку холодної плазми виконуються співвідношення:

$$\frac{k_\perp\upsilon_{Te}}{\eta}<<1,\frac{\omega-n\eta}{\sqrt{2}k_z\upsilon_{Te}}>>1. \tag{4.40}$$

Проводячи розвинення в ряд Тейлора (4.39) та залишаючи доданки, які враховують температуру можна одержати формулу (4.38).

При $\hbar \to 0$ та холодної електронної плазми ($T = 0$) в однорідному магнітному полі з (4.37) можна отримати

$$\chi\left(\omega, \vec{k}\right) = -\frac{\omega_p^2}{k^2}\left\{\frac{k_z^2}{\omega^2} + \frac{k_\perp^2}{\left(\omega^2 - \eta^2\right)}\right\} \tag{4.41}$$

Формула (4.41) є відоме гідродинамічне наближення.

В квазікласичному випадку ($\hbar \to 0$) анізотропної електронної плазми без магнітного поля ($\eta = 0$) сприйнятливість визначається

$$\chi\left(\omega, \vec{k}\right) = -\frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}\left\{1 + \frac{3T^*}{m}\frac{k^2}{\omega^2}\right\}, \tag{4.42}$$

де $T^* = T_\parallel \cos\theta + T_\perp \sin\theta$, θ – кут між $\vec{k}$ та віссю Oz. Формула (4.42) також відома з електродинаміки плазми.

Проведемо оцінку квантових поправок в формулі (4.37). При цьому будемо враховувати, що $k \sim \omega_{pe}/V$, $V \sim 10^4\ м/с$, тоді $C \sim 10^{-8}$, тому квантові поправки не суттєві, однак слід звернути увагу на квантовий параметр $\delta = \hbar\eta/2T_\perp$, який для електронного охолодження $\delta \sim 10^{-5}$, але якщо збільшити магнітне поле до 20 Тл (експериментально досяжне в надпровідних магнітах) та зменшити поперечну температуру до 0,01 еВ, тоді відношення відстані між рівнями Ландау та поперечної теплової енергії електронів буде порядку одиниці і квантові ефекти будуть давати суттєво більший внесок.

4.3. Наближення великих переданих імпульсів

В роботах присвячених методу електронного охолодження проблема відмінності втрат енергії різнойменно заряджених частинок має лише якісне пояснення, яке базується на врахуванні для від'ємно заряджених частинок зіткнення на малих прицільних відстанях [121]. Тому ми будемо використовувати LW-наближення, тобто будемо враховувати лише область малих зіткнень, при цьому достатньо розглядати систему невзаємодіючих між собою електронів. В подальшому розглянемо область, де $\vec{k} > \vec{k}_{tr}$.

В LW-наближенні ймовірність процесу (4.5) можна переписати так:

$$W_{\vec{k}}^{(0)} = 2\pi V_{\vec{k}}^{2} \Phi_0\left(\vec{k},\omega\right), \tag{4.43}$$

де

$$\Phi_0\left(\vec{k},\omega\right) = \frac{\operatorname{Im} K_0\left(\vec{k},\omega\right)}{\pi\left(1-e^{-\beta\omega}\right)}. \tag{4.44}$$

Двочастинкова корельована функція Гріна (4.7) для системи невзаємодіючих між собою електронів має вигляд:

$$K_0(1,2) = i\Theta(t)\left\langle \psi_1^{+}\psi_1\psi_2^{+}\psi_2 - \psi_1^{+}\psi_1\psi_2^{+}\psi_2 \right\rangle_0. \tag{4.45}$$

Тут $\langle ... \rangle_0$ позначає усереднення по системі електронів з гамільтоніаном $H_0 = \sum_{\vec{p}} \varepsilon_{\vec{p}} a_{\vec{p}}^{+} a_{\vec{p}}$.

Для розрахунку (4.45) врахуємо комутаційні співвідношення між операторами народження та знищення, які мають вигляд:

$$\left\{a_{\vec{p}_1}, a_{\vec{p}_2}\right\} = \left\{a^+_{\vec{p}_1}, a^+_{\vec{p}_2}\right\} = 0, \left\{a_{\vec{p}_1}, a^+_{\vec{p}_2}\right\} = \delta_{\vec{p}_1\vec{p}_2}, \tag{4.46}$$

де $\delta_{\vec{p}_1\vec{p}_2}$ – символ Кронекера. Тоді враховуючи (4.46) можна записати:

$$\left\langle a^+_{\vec{p}_1} a_{\vec{p}_2} a^+_{\vec{p}_3} a_{\vec{p}_4} \right\rangle_0 = \delta_{\vec{p}_1\vec{p}_4} \delta_{\vec{p}_2\vec{p}_3} \left(1 - n_{\vec{p}_3}\right) n_{\vec{p}_1}. \tag{4.47}$$

Після проведення перетворення Фур'є, спектральна функція Гріна (4.45) має вигляд:

$$K_0\left(\vec{k}, \omega\right) = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{n_{\vec{p}-\vec{k}} - n_{\vec{p}}}{\varepsilon_{\vec{p}} - \varepsilon_{\vec{p}-\vec{k}} - \omega - i0} = \Pi\left(\vec{k}, \omega\right). \tag{4.48}$$

На рис. 4.3 схематично зображена функція Гріна (4.48).

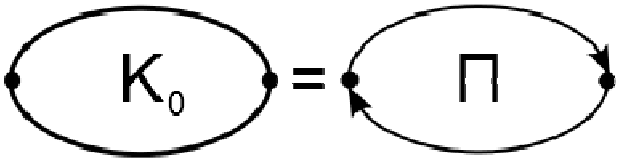

Рис 4.3. Діаграма Фейнмана для функції Гріна $K_0\left(\vec{k}, \omega\right)$.

Підставляючи формулу (4.48) в (4.44), ймовірність процесу можна переписати у такому вигляді:

$$W^{(0)}_{\vec{k}} = \frac{2V^2_{\vec{k}}}{1 - \mathrm{e}^{-\beta\omega}} \operatorname{Im} \Pi\left(\vec{k}, \omega\right). \tag{4.49}$$

Слід зазначити, що вираз (4.49) співпадає з (4.14) отриманим в роботі [128] в області близьких зіткнень, що підтверджує правильність вибраного

наближенням. Також з виразу (4.49) видно, що виконується в LW-наближенні оптична теорема, тобто ймовірність досліджуваного процесу визначається уявною частиною поляризаційного оператора, так само як і у процесах квантової електродинаміки, зокрема у процесі розповсюдження фотона з послідовним народженням та анігіляцією електрон-позитронної пари у присутності магнітного поля. На рис. 4.4 зображено оптичну теорему для даного процесу.

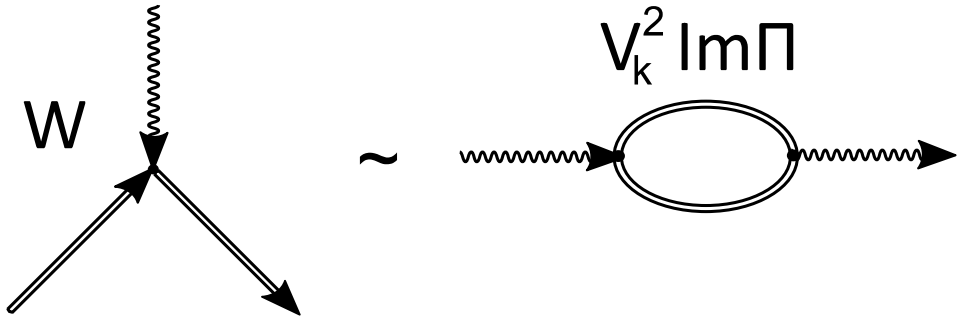

Рис. 4.4. Оптична теорема для процесу проходження зарядженої частинки крізь електронний газ.

Для спрощення розрахунків замість функції Гріна (4.45) більш зручно використовувати функцію, яка має такий вигляд

$$\tilde{K}(1,2) = i\Theta(t)\, Sp\left\{\rho\psi_1^+\psi_1\psi_2^+\psi_2\right\}. \tag{4.50}$$

Після проведення відповідних математичних перетворень можна записати співвідношення:

$$\Phi\left(\vec{k},\omega\right) = \frac{1}{\pi}\operatorname{Im}\tilde{K}\left(\vec{k},\omega\right). \tag{4.51}$$

Для системи невзаємодіючих електронів (4.50) має вигляд:

$$\tilde{K}_0\left(\vec{k},\omega\right)=\int\frac{d^3p}{\left(2\pi\right)^3}\frac{n_{\vec{p}-\vec{k}}}{\varepsilon_{\vec{p}}-\varepsilon_{\vec{p}-\vec{k}}-\omega-i0}. \tag{4.52}$$

Враховуючи (4.52) можна записати співвідношення:

$$\operatorname{Im}\tilde{K}_0\left(\vec{k},\omega\right)=\frac{\operatorname{Im}\Pi\left(\vec{k},\omega\right)}{1-e^{-\beta\omega}}. \tag{4.53}$$

Тоді відповідно до виразів (4.51)-(4.53), ймовірність можна записати

$$W_{\vec{k}}^{(0)}=2V_{\vec{k}}^2\operatorname{Im}\tilde{K}_0\left(\vec{k},\omega\right). \tag{4.54}$$

Після врахування вище наведених виразів, втрати енергії зарядженої частинки в області близьких зіткнень для випадку швидкої частинки мають вигляд:

$$-\frac{d\varepsilon}{dt}=\frac{\omega_{pe}^2q^2}{V}\ln\frac{2V}{k_{tr}}. \tag{4.55}$$

Вираз (4.55) співпадає з (4.15), але він отриманий значно простішим методом, який не потребує складного математичного апарату та дає можливість отримати аналітичні вирази для ймовірності досліджуваного процесу з врахуванням другого борнівського наближення.

4.4. Друге борнівське наближення

Для вирішення проблеми різниці сил тертя для позитивно та негативно заряджених частинок необхідно розглянути процес з врахуванням другого борнівського наближення, тоді у цьому випадку ймовірність має вигляд:

$$w_{\vec{k}} = 2\pi \left| M_{mn}^{(1)} + \sum_{l} \int \frac{d^3k'}{(2\pi)^3} \frac{M_{mn}^{(2)}}{E_n - E_l - \omega'} \right|^2 \delta\left(E_m - E_n - \omega\right). \qquad (4.56)$$

В (4.56) введені позначення:

$$\begin{aligned} M_{mn}^{(1)} &= \left\langle m, \vec{p}_1 - \vec{k} \middle| H_i \middle| n, \vec{p}_1 \right\rangle, \\ M_{mn}^{(2)} &= \left\langle m, \vec{p}_1 - \vec{k} \middle| H_i \middle| l, \vec{p}_1 - \vec{k}' \right\rangle \left\langle l, \vec{p}_1 - \vec{k}' \middle| H_i \middle| n, \vec{p}_1 \right\rangle, \end{aligned} \qquad (4.57)$$

де $\omega' = \varepsilon_{\vec{p}_1} - \varepsilon_{\vec{p}_1 - \vec{k}'}$, l – проміжний стан системи електронів. Як видно з виразу для ймовірності, залежність від знаку заряду зовнішньої частинки визначається перехресним доданком. Використовуючи явний вигляд матричних елементів та враховуючи лише перехресний доданок можна записати:

$$W_{\vec{k}} = 2\pi \left[V_{\vec{k}}^2 \Phi\left(\vec{k}, \omega\right) + 2V_{\vec{k}} \int \frac{d^3k'}{(2\pi)^3} V_{\vec{k}'} V_{\vec{k} - \vec{k}'} \Phi'\left(\vec{k}, \vec{k}', \omega, \omega'\right) \right], \qquad (4.58)$$

де

$$\Phi'\left(\vec{k},\vec{k}',\omega,\omega'\right)=\sum_{mnl}\rho_n\frac{\left(\sum_{\vec{p}}a^{+}_{\vec{p}-\vec{k}}a_{\vec{p}}\right)_{nm}\left(\sum_{\vec{p}'}a^{+}_{\vec{p}'}a_{\vec{p}'-\vec{k}+\vec{k}'}\right)_{ml}\left(\sum_{\vec{p}''}a^{+}_{\vec{p}''}a_{\vec{p}''-\vec{k}'}\right)_{ln}}{E_l-E_m-\omega}\times \quad (4.59)$$
$$\times\delta\left(E_m-E_n-\omega\right).$$

Для знаходження функції (4.59) будемо використовувати тричастинкову функцію Гріна, яка має вигляд:

$$G(1,2,3)=\Theta(t)\Theta(t')Sp\left\{\rho\psi_1^{+}\psi_1\psi_2^{+}\psi_2\psi_3^{+}\psi_3\right\}, \quad (4.60)$$

де $t'=t_2-t_3$.

Після проведення перетворення Фур'є функції Гріна (4.60) по змінним $\vec{r}=\vec{r}_1-\vec{r}_2$, $\vec{r}'=\vec{r}_2-\vec{r}_3$ та t, t' можна записати таке співвідношення:

$$\Phi'\left(\vec{k},\vec{k}',\omega,\omega'\right)=\frac{1}{\pi}\operatorname{Im}G\left(\vec{k},\vec{k}',\omega,\omega'\right). \quad (4.61)$$

Підставляючи (4.61) у вираз (4.58) можемо записати загальну ймовірність процесу:

$$W_{\vec{k}}=2V_{\vec{k}}^2\operatorname{Im}K\left(\vec{k},\omega\right)+4V_{\vec{k}}\int\frac{d^3k'}{(2\pi)^3}V_{\vec{k}'}V_{\vec{k}-\vec{k}'}\operatorname{Im}G\left(\vec{k},\vec{k}',\omega,\omega'\right). \quad (4.62)$$

Розглянемо в LW-наближенні (усереднення проводиться по системі невзаємодіючих електронів) поправку до ймовірності процесу, яка враховує залежність від знаку заряду зовнішньої зарядженої частинки. Тоді у відповідності з виразом (4.62) будемо мати:

$$W_{2,\vec{k}}^{(0)} = 4V_{\vec{k}} \int \frac{d^3k'}{(2\pi)^3} V_{\vec{k}'} V_{\vec{k}-\vec{k}'} \operatorname{Im} G_0\left(\vec{k}, \vec{k}', \omega, \omega'\right). \tag{4.63}$$

На рис. 4.5 зображено схематично тричастинкова функція Гріна.

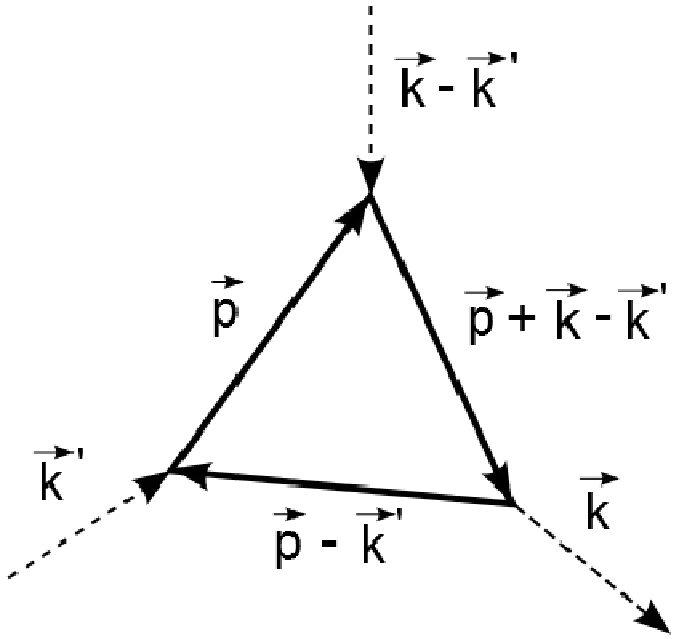

Рис. 4.5. Тричастинкова функція Гріна.

Враховуючи співвідношення (4.46), функцію Гріна (4.60) у нульовому наближенні можна записати:

$$G_0 = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{\left(n_{\vec{p}} + n_{\vec{p}+\vec{k}-\vec{k}'} - n_{\vec{p}} n_{\vec{p}+\vec{k}-\vec{k}'} - 1\right) n_{\vec{p}-\vec{k}'}}{\left(\varepsilon_{\vec{p}+\vec{k}-\vec{k}'} - \varepsilon_{\vec{p}-\vec{k}'} - \omega - i0\right)\left(\varepsilon_{\vec{p}} - \varepsilon_{\vec{p}-\vec{k}'} - \omega' - i0\right)}. \tag{4.64}$$

Зробимо оцінку ймовірності досліджуваного процесу для граничного випадка, коли вектори $\vec{k}$ та $\vec{k}'$ ортогональні. Тоді уявна частина G_0 має вигляд:

$$\operatorname{Im} G_0 \approx \frac{f\left(x,x',a,a'\right)}{4kk'\sqrt{2\pi\beta}}, \tag{4.65}$$

де $a = k/2V$, $a' = k'/2V$, $\delta^2 = \beta V^2/2$, $x = \cos\theta$, $x' = \cos\theta'$,

$$f\left(x,x',a,a'\right) = e^{-\delta^2(x-a)^2} e^{-\delta^2(x'-a')^2} \left(erfi\left[\delta\left(x-a\right)\right] + erfi\left[\delta\left(x'-a'\right)\right]\right). \tag{4.66}$$

Враховуючи вирази (4.65) та (4.63) поправка з логарифмічною точністю має вигляд:

$$W_{2,\vec{k}}^{(0)} = q^3\sqrt{2\pi\beta}\,\frac{\omega_{pe}^2}{2^3V^6}\frac{e^{-\delta^2(x-a)^2}}{a^5} erfi\left[\delta\left(x-a\right)\right]. \tag{4.67}$$

Знайдемо відношення поправки (4.67) до ймовірності процесу у першому борнівському наближенні. Ймовірність в першому борнівському наближенні можна записати так:

$$W_{1,\vec{k}}^{(0)} = q^2\sqrt{\pi\beta}\,\frac{\pi\omega_{pe}^2}{2^2V^6}\frac{e^{-\delta^2(x-a)^2}}{a^5}. \tag{4.68}$$

Тоді враховуючи (4.67) та (4.68) можна записати таке співвідношення:

$$\frac{W_{2,\vec{k}}^{(0)}}{W_{1,\vec{k}}^{(0)}} = \frac{q}{\sqrt{2}\pi V} erfi\left[\delta\left(x-a\right)\right]. \tag{4.69}$$

З виразу (4.69) видно, що відношення ймовірностей пропорційне малому параметру задачі $\alpha = qe/\hbar V$.

Знайдемо також поправку до втрат енергії антипротона пов'язану з другим наближенням. При врахуванні вище наведених виразів для ймовірності процесу можна знайти:

$$-\frac{d\varepsilon^{(2)}}{dt} \approx \pm \frac{\omega_{pe}^2}{V} \frac{\alpha}{\pi\delta}, \tag{4.70}$$

де знак $+$ відповідає поправці для антипротонів, а знак $-$ для протонів.

Також при врахуванні (4.70) та (4.55) в логарифмічному наближенні для достатньо швидкої частинки ($\delta^2 >> 1$) можна отримати таке відношення:

$$-\frac{d\varepsilon^{(2)}}{dt} \approx \pm \frac{\alpha}{\pi\delta}\left(-\frac{d\varepsilon^{(1)}}{dt}\right). \tag{4.71}$$

4.5. Висновки до розділу 4

В даному розділі методами квантової теорії поля розглянуто процес проходження швидкого антипротона в електронному газі в області великих переданих імпульсів (близькі зіткнення) в рамках першого та другого борнівського наближення та отримані такі результати:

1. У першому борнівському наближенні знайдено втрати енергії налітаючої зарядженої частинки в електронному газі при наближенні, що електрони системи не взаємодіють між собою (LW-наближення). У цьому випадку для проведення розрахунків не потрібно використовувати техніку Матцубари, що суттєво спрощує розрахунки. Також показано, що для досліджуваного процесу виконується оптична теорема в даному наближенні, тобто ймовірність визначається уявною частиною поляризаційного оператора.
2. Знайдено загальний вигляд ймовірності процесу з врахуванням другого борнівському наближенні через двочастинкову та тричастинкову функції Гріна системи електронів з ненульовою температурою. У роботі в нульовому наближенні (система невзаємодіючих електронів) знайдено уявну частину тричастинкової функції Гріна в інтегральній формі через яку визначається поправка до ймовірності, яка враховує різницю між різнойменно зарядженими частинками.
3. Зроблено оцінку ймовірності процесу в другому борнівському наближенні. Показано, що відношення ймовірностей у другому наближенні до ймовірності у першому пропорційне малому параметру задачі α. Також знайдено аналогічне співвідношення для втрат енергії, яке показує, що поправка у $\alpha/\pi\delta$ раз менша ніж у першому наближенні.

ВИСНОВКИ

Вперше знайдено резонансну ймовірність процесу розповсюдження поляризованого фотона з послідовним народженням та анігіляцією електрон-позитронної пари в один фотон та показано, що кінцевий фотон майже завжди аномально лінійно поляризований за винятком випадку, коли початковий фотон нормально лінійно поляризований.

Вперше знайдено резонансні частоти фотонів в процесі народження електрон-позитронної пари двома фотонами в сильному магнітному полі та показано, що в резонансі енергія одного з фотонів перевищує поріг однофотонного народження пари, а частота іншого кратна циклотронній.

Вперше одержано аналітичні вирази для резонансного перерізу процесу двофотонного народження електрон-позитронної пари з довільними поляризаціями частинок в ультраквантовому наближенні та знайдено, що переріз максимальний для додатних проекцій магнітних моментів електрона та позитрона та аномальної лінійної поляризації жорсткого фотону.

Проведено порівняння 1γ та резонансного 2γ процесів народження електрон-позитронної пари для характерних параметрів магнітосфери нейтронних зірок та знайдено, що останній домінує у полі $H = 10^{12}$ Гс при концентрації циклотронних фотонів більше 10^{24} $см^{-3}$ (характерне значення 10^{25} $см^{-3}$).

Отримано залежність втрат енергії зарядженої частинки в електронному газі від знаку заряду та показано, що відношення поправки до ймовірності у другому борнівському наближенні до першого пропорційне малому параметру $\alpha = qe/\hbar V$.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Diachenko M. M. A cascade of e-e+ pair production by a photon with subsequent annihilation to a single photon in a strong magnetic field / M. M. Diachenko, O. P. Novak, R. I. Kholodov // Laser Phys. – 2016. – Vol. 26. – P. 066001-1 – 066001-6.
2. Diachenko M. M. Pair production in a magnetic and radiation field in a pulsar magnetosphere / M. M. Diachenko, O. P. Novak, R. I. Kholodov // Mod. Phys. Lett. A. – 2015. – Vol. 30. – P. 1550111-1 – 1550111-10.
3. Дяченко М. М. Резонансное рождение электрон-позитронной пары двумя фотонами на возбужденные уровни Ландау / М. М. Дяченко, О.П. Новак, Р.И. Холодов // ЖЭТФ. – 2015. – Т. 148, № 5. – С. 931 – 936.
4. Дяченко М. М. Порогове резонансне двофотонне народження e-e+ пари в сильному магнітному полі на найнижчі рівні Ландау / М. М. Дяченко, О. П. Новак, Р. І. Холодов // УФЖ. – 2014. – № 59. – С. 849 – 855.
5. Дяченко М. М. Електрична сприйнятливість замагніченої електронної плазми з урахуванням анізотропії температури в рамках квантової теорії поля / М. М. Дяченко, В. І. Мирошніченко, Р. І. Холодов // Доповіді НАН України. – 2012. – №10. – С. 70 – 76.
6. Клепиков Н. П. Излучение фотонов и электронно-позитронных пар в магнитном поле / Н. П. Клепиков // ЖЭТФ. – 1954. – Т. 26, № 1. – С. 19 – 34.
7. Daugherty J. K. Pair annihilation in superstrong magnetic fields / J. K. Daugherty, R. W. Bussard // The Astrophysical Journal. – 1980. – Vol. 238. – P. 296-310.

8. Harding A. K. One-photon pair annihilation in magnetized relativistic plasmas / A. K. Harding // The Astrophysical Journal. – 1986. – Vol. 300. – P. 167 – 177.
9. Wunner G. One-quantum annihilation of polarized electron-positron pairs in strong magnetic fields / G. Wunner, G. Paez, H. Herold, H. Ruder // Astron. Astrophys. – 1986. – Vol. 170. – P. 179 – 186.
10. Semionova L. Polarization for pair annihilation in strong magnetic fields / L. Semionova, D. Leahy // Astron. Astrophys. Soppl. Ser. – 2000. – Vol. 144. – P. 307 – 316.
11. Baier V. N. Processes involved in the motion of high energy particles in a magnetic field / V. N. Baier, V. M. Katkov // Sov. Phys.-JETP. – 1968. – Vol. 26. – P. 854 – 860.
12. Baier V. N. Quasiclassical theory of bremsstrahlung by relativistic particles / V. N. Baier, V. M. Katkov // Sov. Phys.-JETP. – 1969. – Vol. 28. – P. 807 – 813.
13. Baier V. N. Pair creation by a photon in a strong magnetic field / V. N. Baier, V. M. Katkov // Phys. Rev. D. – 2007. – Vol. 75. – P. 073009-1 – 073009-12.
14. Semionova L. Remarks concerning pair creation in strong magnetic fields / L. Semionova, D. Leahy // Astron. Astrophys. – 2001. – Vol. 373. – P. 272 – 280.
15. Novak A. P. Polarization effects in the photon-induced process of electron-positron pair creation in a magnetic field, studied in the ultra-quantum-mechanical approximation / A. P. Novak, R. I. Kholodov // Ukr. J. Phys. – 2008. – Vol. 53. – P. 185-193.
16. Novak O. P. Spin-polarization effects in the processes of synchrotron radiation and electron-positron pair production by a photon in a magnetic field / O. P. Novak, R. I. Kholodov // Physical Review D. – 2009. – Vol. 80, № 2. – P. 025025-1 – 025025-11.

17. Shabad A. E. Photon dispersion in a magnetic field / A. E Shabad // Annals of Phys. – 1975. – Vol. 90. – P. 166 – 195.
18. Tsai W. Y. Vacuum polarization in homogeneous magnetic fields / W. Y. Tsai // Phys. Rev. D. – 1974. – Vol. 10, № 8. – P. 2699 – 2702.
19. Скобелев В. В. О распространении фотона в магнитном поле / В. В. Скобелев // ЖЭТФ. – 1977. – Т. 73, № 4(10). – С. 1301 – 1305.
20. Рохас У. П. Поляризационный оператор электрон-позитронного газа в постоянном внешнем магнитном поле / У. П. Рохас // ЖЭТФ. – 1979. – Т. 76, № 1. – С. 3 – 17.
21. Соколов А. А. Релятивистский электрон / А. А. Соколов, И. М. Тернов – М.: Наука, 1974. – 392 с.
22. Орлов Ю. Ф. Деполяризация электронов из-за излучения в магнитном поле / Ю. Ф. Орлов, С. А. Хейфец // ЖЭТФ. – 1958. – Т. 35, № 2(8). – С. 513 – 514.
23. Тернов И. М. Излучение быстрых электронов с ориентированным спином в магнитном поле / И. М. Тернов, В. Г. Багров, Р. А. Рзаев // ЖЭТФ. – 1964. – Т. 46, № 1. – С. 374 – 381.
24. Багров В. Г. Спиновые эффекты в процессах с участием частиц высокой энергии в магнитном поле / В. Г. Багров, В. Ч. Жуковский, И. М. Тернов, В. Р. Халилов // Изв. Вузов СССР. Физика. – 1984. – №. 7. – С. 12 – 16.
25. Newton R. G. Atoms in Superstrong Magnetic Fields / R. G. Newton // Phys. Rev. D. – 1971 – V. 3, № 2. – P. 626 - 627.
26. Багров В. Г. Влияние сильной электромагнитной волны на излучение слабовозбужденных электронов, движущихся в магнитном поле / В. Г. Багров, Д. М. Гитман, В. Н. Родионов // ЖЭТФ. – 1976. – Т. 71. – С. 433 – 439.

27. Митрофанов И. Г. Генерация излучения в квантовых переходах электронов в сильном магнитном поле / И. Г. Митрофанов, А. С. Позаненко // ЖЭТФ. – 1987. – Т. 93, № 6(12). – С. 1951 – 1962.
28. Kaminker A. D. Neutrino emissivity from e–e+ annihilation in a strong magnetic field: hot, nondegenerate plazma / A. D. Kaminker, O. Yu. Gnedin, D. G. Yakovlev // Phys. Rev. D. – 1992. – V. 46, № 10. – P. 4133 – 4139.
29. Fomin P. I. Polarization effects in synchrotron radiation in strong magnetic field / P. I. Fomin, R. I. Kholodov // Problems of atomic science and technology. – 2001. – № 6. – P. 154 – 156.
30. Kholodov R. I. Polarization effects in synchrotron radiation in ultra-quantum approximation / R. I. Kholodov, P. V. Baturin // Ukr. J. Phys. – 2001. –Vol. 46, № 5. – P. 621 – 626
31. Herold H. Cyclotron emission in strongly magnetized plasmas / H. Herold, H. Ruder, G. Wunner// Astron. Astrophys. – 1982. – № 115. – P. 90 – 96.
32. Pavlov G. G. Radiative widths and splitting of cyclotron lines in superstrong magnetic fields / G. G. Pavlov, V. G. Bezchastnov, P. Meszaros, S. G. Alexander // The Astrophysical Journal. – 1991. – № 380. – P. 541 – 549.
33. Harding A. K. Quantized synchrotron radiation in strong magnetic fields / A. K. Harding, R. Preece // The Astrophysical Journal. – 1987. – № 319. – P. 939 – 950.
34. Леинсон Л. Б. Квантовые переходы позитроний - фотон и фотон - позитроний в сильных магнитных полях / Л. Б. Леинсон, В. И. Ораевский // ЯФ. – 1985. – Т. 42, № 2(8). – С. 401 – 410.
35. Ray R. The electromagnetic interactions of electrons in the lowest Landau level / R. Ray, B. Sakita // Annals of Phys. – 1994. – V. 230, № 1. – P. 131 – 144.

36. Олейник В. П. Гриновская функция и квазиэнергетический спектр электрона в поле электромагнитной волны и однородном магнитном поле / В. П. Олейник // УФЖ. – 1968. – Т. 13, № 7. – С. 1205 – 1214.
37. Олейник В. П. Образование электрон-позитронной пары фотоном в поле электромагнитной волны и в однородном магнитном поле / В. П. Олейник // ЖЭТФ. – 1971. – Т. 61, №. 1. – С. 27 – 44.
38. Родионов В. Н. Излучение фотона электроном в поле интенсивной электромагнитной волны с учетом действия постоянного магнитного поля / В. Н. Родионов // ЖЭТФ. – 1981. – Т. 81, № 6. – С. 1987 – 1999.
39. Никишов А. И. Квантовые процессы в поле плоской электромагнитной волны и в постоянном поле / А. И. Никишов, В. И. Ритус // ЖЭТФ. – 1964. – Т. 46, № 2. – С. 776 – 796.
40. Тернов И. М. Квантовая теория излучения заряда, движущегося в магнитном поле и плоской волне / И. М. Тернов, В. Г. Багров, В. Р. Халилов // Известия высших учебных заведений. – 1968. – № 11. – С. 102 – 107.
41. Боргардт О. О. Електрон в однорідному електромагнітному полі і в полі плоскої довільно поляризованої хвилі / О. О. Боргардт, Д. Я. Карпенко // УФЖ. – 1974. – Т. 19, № 2. – С. 228 – 236.
42. Тернов И. М. Эффекты интенсивности в рассеянии электромагнитных волн на электронах, движущихся во внешнем магнитном поле / И. М. Тернов, В. Г. Багров, В. Р. Халилов, В. Н. Родионов // Ядерная физика. – 1975. – Т. 22, № 5. – С. 1040 – 1046.
43. Redmond P. J. Solution of the Klein-Gordon and Dirac equation for a particle with a plane electromagnetic wave and a parallel magnetic field / P. J. Redmond // Math. Phys. – 1965. – Vol. 6. – P. 1163 – 1169.
44. Жуковский В. Ч. Эффект Комптона и вынужденный эффект Комптона в постоянном электромагнитном поле / В. Ч. Жуковский, И. Херрманн // Ядерная физика. – 1971. – Т. 14, № 1. – С. 150 – 159.

45. Тернов И. М. Движение и излучение электрона, обладающего вакуумным магнитным моментом, в поле плоской электромагнитной волны / И. М. Тернов, В. Г. Багров, Ю. И. Клименко // Изв. ВУЗов СССР. Физика. – 1968. – № 2. – С. 50 – 57.
46. Wunner G. Comparison of 1γ and 2γ pair annihilation in strong magnetic fields / G. Wunner // Phys. Rev. Lett. – 1979. – Vol. 170, № 2. – P. 79 – 82.
47. Kaminker A. D Two-photon annihilation radiation in strong magnetic field: the case of small longitudinal velocities of electrons and positrons / A. D Kaminker, G. G. Pavlov // Astrophysics and Space Science. – 1987. – Vol. 138. – P. 1 – 18.
48. Lewicka L. Two-photon positron-electron annihilation in strong magnetic field / L. Lewicka, J. Dryzek // Astroparticle Physics. – 2013. – Vol. 50. – P. 1 – 10.
49. Ng Y. J. Pair creation by photon-photon scattering in a strong magnetic field / Y. J. Ng, W. Tsai // Phys. Rev. D. – 2007. – Vol. 16, № 2. – P. 16-286 – 16-294.
50. Козленков А. А. Двухфотонное рождение e± - пар в сильном магнитном поле / А. А. Козленков, И. Г. Митрофанов // ЖЭТФ. – 1986. – Т. 91, № 6. – С. 1978 – 1989.
51. Burns M. L. Pair production rates in mildly relativistic, magnetized plasmas / M. L. Burns, A. K. Harding // The Astrophysical Journal. – 1984. – Vol. 285. – P. 747.
52. Harding A. K. Regimes of pulsar pair formation and particle energetics / A. K. Harding, A. G. Muslimov, B. Zhang // The Astrophysical Journal. – 2002. – Vol. 576. – P. 366 – 375.
53. Meisler T. R. Low energy limit of Compton scattering in supersymmetric QED / T. R. Meisler // Phys. Rev. D. – 1996. – V. 54, № 1. – P. 798 – 807.

54. Herold H. Compton and Thompson scattering in strong magnetic field / H. Herold // Phys. Rev. D. – 1979. – Vol. 19, № 10. – P. 2868 – 2875.
55. Harding A. K. Cyclotron resonant scattering and absorption / A. K. Harding, J. K. Daugherty // The Astrophysical Journal. – 1991. – Vol. 374. – P. 687 – 699.
56. Milton K. A. Compton scattering in external magnetic field. II. Spin - 1/2 charged particles / K. A. Milton, W. Tsai, L. L. DeRaad, N. D. Dass // Phys. Rev. D. – 1974. – Vol. 10, № 4. – P. 1299 – 1309.
57. Bussard R. W. One- and two-photon Compton scattering in strong magnetic field / R. W. Bussard, S. B. Alexander, P. Meszaros // Phys. Rev. D. – 1986. – Vol. 34, № 2. – P. 440 – 451.
58. Peter L. G. Compton scattering in ultrastrong magnetic fields: numerical and analytical behavior in the relativistic regime / L. G. Peter, A. K. Harding, M. G. Baring et al // The Astrophysical Journal. – 2000. – Vol. 540. – P. 907 – 922.
59. Kachelries M. Is Compton scattering in magnetic fields really infrared divergent? / M. Kachelries, D. Berg, G. Wunner // Phys. Rev. D. – 1995. – Vol. 51, № 2. – P. 824 – 830.
60. Фомин П. И. Резонансное комптоновское рассеяние во внешнем магнитном поле / П. И. Фомин, Р. И. Холодов // ЖЭТФ. – 2000. – Т. 117, № 2. – С. 319 – 325.
61. Klepikov N. P. Photons and electron-positron pairs emission in magnetic field / N. P. Klepikov // Zh. Eksp. Teor. Fiz. – 1954. – Vol. 26. – P. 19 – 34.
62. Fomin P. I. Resonant photoproduction of e+e- pair with photon emission in strong magnetic field / P. I. Fomin, R. I. Kholodov // Problems of Atomic Science and Technology. – 2007. – Vol. 3(1). – P. 179 – 183.
63. Fomin P. I. Electron-positron pair photo-production with radiation of a photon in magnetic field at nonresonant regime / P. I. Fomin,

R. I. Kholodov // Problems of Atomic Science and Technology. – 2012. – Vol. 1. – P. 111 – 114.

64. Erber. T. High-energy electromagnetic conversion processes in intense magnetic fields / T. Erber // Reviews of modern physics. – 1966. – Vol. 38, № 4. – P. 626 – 659.
65. Байер В. Н. Эффекты высшего порядка во внешнем поле: рождение пары частицей / В. Н. Байер, В. М. Катков, В. М. Страховенко // Ядерная физика. – 1971. – Т. 14., № 5. – С. 1020 – 1026.
66. Жуковский В. Ч. Индуцированное двухфотонное синхротронное излучение и комптоновское рассеяние в магнитном поле / В. Ч. Жуковский, Н. С. Никитина // ЖЭТФ. – 1973. – Т. 64, № 4. – С. 1169 – 1177.
67. Жуковский В. Ч. Тормозное излучение электрона на ядре, находящемся в постоянном внешнем поле / В. Ч. Жуковский // ЖЭТФ. – 1974. – Т. 66, № 1. – С. 9 – 15.
68. Semionova L. Two-photon emission process in arbitrarily strong magnetic fields / L. Semionova, D. Leahy // Phys. Rev. D. – 1999. – Vol. 60. – 073011.
69. Фомин П. И. Резонансное двойное магнитотормозное излучение в сильном магнитном поле / П. И. Фомин, Р. И. Холодов // ЖЭТФ. – 2003. – Т. 123, № 2. – С. 356 – 361.
70. Shabad A. E. Photon dispersion in a strong magnetic field / A. E. Shabad // Annals of Phys. – 1975. – Vol. 90. – P. 166 – 195.
71. Шабад А. Е. Поляризация вакуума и квантового релятивистского газа во внешнем поле / А. Е. Шабад // Труды ФИАН. – 1988. – Т. 192. – С. 5 – 152.
72. Shabad A. E. Photon propagation in a supercritical magnetic field / A. E. Shabad // JETP. – 2004. – Vol. 98. – P. 186 – 196.

73. Shabad A. E. Real and virtual photons in an external constant electromagnetic field of most general form / A. E. Shabad, V. V. Usov // Phys. Rev. D. – 2010. – Vol. 81. – P. 125008.
74. Hatori K. Vacuum birefringence in strong magnetic fields: (I) Photon polarization tensor with all the Landau levels / K. Hatori, K. Itakura // Annals of Phys. – 2013. – Vol. 330. – P. 23.
75. Hatori K. Vacuum birefringence in strong magnetic fields: (II) Complex refractive index from the lowest Landau level / K. Hatori, K. Itakura // Annals of Phys. – 2013. – Vol. 334. – P. 58.
76. Олейник В. П. Резонансные эффекты в поле интенсивного лазерного луча. II / В. П. Олейник // ЖЭТФ. – 1967. –Т. 53, № 6(12). – С. 1997 – 2011.
77. Федоров М. В. Резонансное взаимодействие электронов и фотонов / М. В. Федоров // ЖЭТФ. – 1975. –Т. 68, № 4. – С. 1209 – 1219.
78. Борисов А. В. Резонансное тормозное излучение электрона на электроне в поле плоской электромагнитной волны / А. В. Борисов, В. Ч. Жуковский, П. А. Эминов // ЖЭТФ. – 1980. – Т. 78, № 2. – С. 530 – 573.
79. Roshchupkin S. P. Resonant electron-electron scattering in the field of a light wave: general relativistic case / S. P. Roshchupkin // Laser Physics. – 1994. – Vol. 4. – P. 31 – 60.
80. Denisenko O. I. Resonant scattering of an electron by a positron in the field of a light wave / O. I. Denisenko, S. P. Roshchupkin // Laser Physics. – 1999. – Vol. 9. – P. 1108 – 1112.
81. Voroshilo A. I. Resonant scattering of a photon by an electron in the field of a circularly polarized electromagnetic wave / A. I. Voroshilo, S. P. Roshchupkin // Laser Phys. Lett. – 2005. – Vol. 2. – P. 184.

82. Voroshilo A. I. Resonance of exchange amplitude of Compton effect in the circularly polarized laser field / A. I. Voroshilo, S. P. Roshchupkin, O. I. Denisenko // Eur. Phys. J. D. – 2007. – Vol. 41. – P. 433.
83. Voroshilo A. I. Resonant scattering of photon by electron in the presence of the pulsed laser field / A. I. Voroshilo, S. P. Roshchupkin, V. N. Nedoreshta // Laser Phys. – 2011. – Vol. 9. – P. 1675.
84. Nedoreshta V. N. Resonance of the exchange amplitude of a photon by an electron scattering in a pulsed laser field / V. N. Nedoreshta, S. P. Roshchupkin, A. I. Voroshilo // Phys. Rev. A. – 2015. – Vol. 91. – P. 062110.
85. Crooker S. A. Tuning alloy disorder in diluted magnetic semiconductors in high fields to 89 T / S. A. Crooker, N. Samarth // Applied Physics Letters. – 2007.– Vol. 90. – P. 102109.
86. Избранные труды А. Д. Сахарова // Успехи физических наук. – 1991. – Т. 161, № 5. – С 29 – 120.
87. Попов В. С. ‘‘Падение на центр’’ при Z >137 и критический заряд ядра / В. С .Попов // ЯФ. – 1970. – Т. 12. – С. 429 – 447.
88. Зельдович Я. Б. Электронная структура сверхтяжелых атомов / Я. Б. Зельдович, В. С. Попов // УФН. – 1971. – Т. 105. – С. 403 – 448.
89. Muller B. Auto-ionization of positrons in heavy ion collision / B. Muller, J. Rafelski, W. Greiner // Ztschr. Phys. A. – 1972. – Vol. 257. – P. 183 – 211.
90. Попов В. С. Спонтанное рождение позитронов при столкновении тяжелых ядер / В. С. Попов // ЖЭТФ. – 1973. – Т. 65. – В. 1(7). – С. 35 – 53.
91. Backe H. Observation of positron creation in superheavy ion-atom systems / H. Backe, L. Handschug, F. Hessberger et al // Phys. Rev. Lett. – 1978. – Vol. 40. – № 22. – P. 1443 – 1446.

92. Koenig W. Positron lines from subcritical heavy ion-atom collisions / W. Koenig, F. Bosch, P. Kienle et al// Ztschr. Phys. A. – 1987. – Vol. 328. – P. 129 – 145.
93. Cowan T. Anomalous positron peaks from supercritical collision systems / T. Cowan, H. Backe, M. Begemann et al // Phys. Rev. Lett. – 1985. – Vol. 54. – № 16. – P. 1761 – 1764.
94. Шкловский И. С. Проблемы современной астрофизики / И. С. Шкловский // 1982. – М.: Наука. – 223 с.
95. Harding A. K. The physics of gamma-ray bursts / A. K. Harding // Physical Reports. – 1991. – Vol. 206, № 6. – P.327 – 391.
96. Bussard R. W. Implications of cyclotron features in the X-ray spectrum of Hercules X -1 / R. W. Bussard // The Astrophysical Journal. – 1980. – Vol. 237. – P. 970 – 987.
97. Meszaros P. X - ray pulsar model. I. Angle-dependent cyclotron line formation and comptonization / P. X. Meszaros, W. Nagel // The Astrophysical Journal. – 1985. – Vol. 298. – P. 147 – 160.
98. Herold H. Can γ quanta really be captured by pulsar magnetic fields? / H. Herold, H. Ruder, G. Wunner // Phys. Rev. Lett. – 1985. – Vol. 54, № 13. – P. 1452 – 1455.
99. Trumper J. Evidence for strong cyclotron line emission in the hard X-ray spectrum of Hercules X-1 / J. Trumper, W. Pietsch, C. Reppin et al // Astrophysical Journal, Part 2 - Letters to the Editor. – 1978. – Vol. 219. – P. L105 – L110.
100. Гнедин Ю. Н. Фотоэффект в сильных магнитных полях и рентгеновское излучение нейтронных звезд / Ю. Н. Гнедин, Г. Г. Павлов, А. И. Цыган // ЖЭТФ. – 1974. – Т. 66, № 2. – С. 421 – 431.

101. Гнедин Ю. Н. Рассеяние излучения на тепловых электронах в магнитном поле / Ю. Н. Гнедин, Р. А. Сюняев // ЖЭТФ. – 1973. – Т. 65. – С. 102 – 116.
102. Daugherty J. K. Electromagnetic cascades in pulsars / J. K. Daugherty, A. K. Harding // The Astrophysical Journal. – 1982. – Vol. 252. – P. 337 – 347.
103. Sturrock P. A. Cascade model of gamma-ray bursts / P. A. Sturrock, A. K. Harding, J. K. Daugherty // The Astrophysical Journal. – 1989. – Vol. 346. – P. 950 – 959.
104. Daugherty J. K. Gamma-ray pulsars: emission from extended polar cap cascades / J. K. Daugherty, A. K. Harding // The Astrophysical Journal. – 1996. – Vol. 458. – P. 278 – 292.
105. Sturrock P. A. A model of pulsars / P. A. Sturrock // The Astrophysical Journal. – 1971. – Vol. 164. – P. 529 – 556.
106. Daugherty J. K. Pair production in superstrong magnetic fields / J. K. Daugherty, A. K. Harding // The Astrophysical Journal. – 1983. – Vol. 273. – P. 761 – 773.
107. Harding A. K. Physics in Strong Magnetic Fields Near Neutron Stars / A. K. Harding // Science. – 1991. – Vol. 251, № 4997. – P. 1033 – 1038.
108. Bohr N. On the decrease of velocity of swiftly moving electrified particles in passing through matter / N. Bohr // Phil. Mag. – 1915. – Vol. 30. – P. 581.
109. Bethe H. Elektronen Theorie der Metalle / H. Bethe // Handbuch der Physik. – 1933. – Vol. 24-2, Berlin: Springer 1933.
110. Bloch F. Zur Bremsung rasch bewegter Teilchen beim Durchgang durch Materie / F. Bloch // Ann. Phys. – 1933. – Vol. 16. – P. 285.
111. Fermi E. The capture of negative mesotrons in matter / E. Fermi, E. Teller // Phys. Rev. – 1947. – Vol. 72, № 5. – P. 399 – 408.

112. Lindhard J. Energy Dissipation by Ions in the kev Region / J. Lindhard, M. Scharff // Phys. Rev. – 1961. – Vol. 124, № 1. – P. 128 – 130.
113. Sigmund P. Stopping of heavy ions. A theoretical approach / P. Sigmund // 2004. – Berlin: Springer.
114. Sigmund P. Particle penetration and radiation effects. General aspects and stopping of swift point charges / P. Sigmund // 2006. – Berlin: Springer.
115. Будкер Г. И. Электронное охлаждение. Основные возможности в физике элементарных частиц / Г. И. Будкер, А. Н. Скринский // УФН. – 1978. – Т. 124, № 4. – С. 561 – 595.
116. Parkhomchuk V. V. Electron cooling: 35 years of development / V. V. Parkhomchuk, A. N. Skrinskii // Phys. Usp. – 2000. – № 43. – P. 433.
117. Мешков И. Н. Электронное охлаждение: статус и перспективы / И. Н. Мешков // Физика элементарных частиц и атомного ядра. – 1994. – Т. 25, № 6. – С. 1487 – 1560.
118. Sorensen A. H. Electron cooling / A. H. Sorensen, E. Bonderup // Nucl. Instrum. Methods. – 1983. – Vol. 215. – P. 27 – 54.
119. Poth H. Electron cooling: Theory, experiment, application / H. Poth // Phys. Rep. –1990. – Vol. 196. – P. 135 – 297.
120. Балакирев В. А. Потери энергии заряженных частиц в магнитоактивной плазме / В. А. Балакирев, В. И. Мирошниченко, В. Е. Сторижко // Вопросы атомной науки и техники. – 2010. – №2. – С. 181 – 185.
121. Dikanskii N. S. Influence of the sign of the charge of an ion on the friction force in electron cooling // N. S. Dikanskii, N. K. Kot, V. I. Kudelainen et al. // JETP. –1988. – Vol. 94, №1. – P. 65.
122. Nersisyan H. B. Stopping of charged particles in a magnetized classical plasma / H. B. Nersisyan // Phys. Rev. E. – 1998. – Vol. 58, № 3. – P. 3686 – 3692.

123. Nersisyan H. B. Stopping power of ions in a magnetized two-temperature plasma / H. B. Nersisyan, M. Walter, G. Zwicknagel // Phys. Rev. E. –2000. – Vol. 61, №6. – P. 7022 – 7033.
124. Nersisyan H. B. Energy loss of ions in a magnetized plasma / H. B. Nersisyan, G. Zwicknagel, C. Toepffer // Phys. Rev. E. –2003. – Vol. 67. – P. 1 – 11.
125. Nersisyan H. B. Interaction Between Charged Particles in a Magnetic Field / H. B. Nersisyan, C. Toepffer, G. Zwicknagel. – Berlin: Springer, 2007.
126. Galnander B. HESR Electron Cooler Design study. Technical report, The Svedberg Laboratory, Uppsala University, 2009.
127. Bazhenov O. Electron Cooling for HESR. Final Report, Budker Institute of Nuclear Physics, Novosibirsk, 2003.
128. Ларкин А. И. Прохождение частиц через плазму / А. И. Ларкин // ЖЭТФ. – 1959. – Т. 37, № 1. – С. 264 – 272.
129. Ахиезер И. А. К теории взаимодействия заряженной частицы с плазмой в магнитном поле / И. А. Ахиезер // ЖЭТФ. – 1961. – Т. 40, № 3. – С. 954 – 962.
130. Sung C. C. Z_1^3 dependence of the energy loss of an ion passing through an electron gas / C. C. Sung, R. H. Ritchie // Phys. Rev. A. – 1983. – Vol. 28. – P. 674.
131. Wang N. Nonlinear energy-loss straggling of protons and antiprotons in an electron gas / N. Wang, J. M. Pitarke // Phys. Rev. A. – 1998. – Vol. 57. – P. 4053.
132. Hu C. D. Z^3 correction to the stopping power of ions in an electron gas / C. D. Hu, E. Zaremba // Phys. Rev. B. –1988. – Vol. 37. – P. 9268.
133. Берестецкий В. Б. Квантовая электродинамика / Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. – М.: Наука, 1989. – 728 с.

134. Боголюбов Н. Н. Введение в теорию квантованных полей / Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В. – М.: Наука, 1984. – 603 с.
135. Schwinger J. On gauge invariance and vacuum polarization / J. Schwinger // Phys. Rev. – 1951. – Vol. 82. – P. 664 – 679.
136. Graziani C. Elimination of resonant divergences from QED in superstrong magnetic fields / C. Graziani, A. C. Harding, R. Sina // Phys. Rev. D. – 1995. – Vol. 51. – P. 7097.